

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Філімоніхін Геннадій Борисович

УДК 62-752+62-755

## **ЗРІВНОВАЖЕННЯ І ВІБРОЗАХИСТ РОТОРІВ ПАСИВНИМИ АВТОБАЛАНСИРАМИ**

Спеціальність 05.02.09 – Динаміка та міцність машин

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Київ – 2005

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі динаміки та міцності машин і опору матеріалів Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", і на кафедрі деталей машин та прикладної механіки Кіровоградського національного технічного університету.

**Науковий консультант:** доктор технічних наук, професор **Бобир Микола Іванович**, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", директор механіко-машинобудівного інституту.

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор, **Гайдайчук Віктор Васильович**, Київський національний університет будівництва і архітектури, завідувач кафедри теоретичної механіки;

доктор технічних наук, професор, **Дубенець Віталій Георгійович**, Чернігівський державний технологічний університет, завідувач кафедри прикладної механіки;

доктор технічних наук, професор **Хільчевський Володимир Васильович**, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", професор кафедри лазерної технології конструювання машин та матеріалознавства.

**Провідна установа:** Національний університет "Львівська політехніка", Міністерство освіти і науки України, м. Львів.

Захист відбудеться 26 квітня 2005 р. о 15<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.26.002.01 при Національному технічному університеті України "Київський політехнічний інститут" за адресою: 03056, м. Київ-56, проспект Перемоги, 37, корпус 1, ауд. 166.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" за адресою: 03056, м. Київ-56, проспект Перемоги, 37.

Автореферат розісланий 22 березня 2005 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
доктор технічних наук, доцент

О.О.Боронко

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Для зрівноважування і віброзахисту на ходу швидкісних роторів, чий дисбаланс змінюється при експлуатації – шпинделів верстатів, автомобільних і авіаколес, колінчастих валів, абразивних кругів шліфувальних верстатів, дисків ручних шліфувальних машин, екстракторів, центрифуг, сепараторів відцентрових машин, CD і DVD дисків, тощо використовуються пасивні автобалансувальні пристрої (АБП). Це так звані класичні АБП: з твердими коригувальними вантажами (КВ) – маятникові, кільцеві, кульові, тощо; рідинні і комбіновані. Вони працюють за подібною схемою. Їх КВ чи рідина на певних швидкостях обертання ротора з часом самі приходять у положення, у якому усувають чи зменшують дисбаланс ротора, і далі обертаються з ним як одне ціле, поки не почне мінятися дисбаланс, або не з'являться збурення іншого походження.

Пасивні АБП прості і дешеві у виготовленні, надійні в роботі. Але у цього метода є принципові технічні недоліки. Так, КВ, чи рідина навіть при зрівноваженому роторі, тиснуть із значними силами на вал, ротор, бігову доріжку, тощо, що значно знижує якість зрівноваження ротора, особливо на великих швидкостях обертання. Також КВ і рідина у класичних АБП чутливі до зміни швидкості обертання ротора, можуть вносити під час розгону ротора додатковий дисбаланс, тощо.

Не вирішено багато фундаментальних проблем і у загальній теорії пасивних АБП, призначеній відповідати на питання, як і чим зрівноважувати і захищати від вібрацій різні гнучкі і жорсткі ротори. Вони, зокрема, наступні.

1. Не з'ясовано, чи є інші методи автобалансування і віброзахисту роторів АБП з твердими КВ, відмінні від відомого – класичного, і взагалі, за яких умов тверді КВ можуть зрівноважити ротор у певній площині корекції.

2. Існуючі методи визначення умов настання автобалансування, зокрема визначення критичних швидкостей (при переході через які настає чи втрачається автобалансування) застосовуються тільки для конкретного типу АБП і ротора, і тому одержані результати носять частинний характер. Їх важко застосовувати до систем з багатьма КВ, бо кожен КВ збільшує сумарну ступінь вільності системи.

3. Як наслідок, основні дослідження були проведені для двохкульових АБП, причому з різною глибиною, що залежить від складності руху ротора (його ступенів вільності). Майже не досліджені класичні АБП з багатьма КВ. Не з'ясовано, як зрівноважувати пасивними АБП гнучкі ротори.

І під кінець є принципові недоліки у методологічному підході до дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту певного типу ротора певним типом пасивного АБП. До них відносяться, зокрема, наступні.

1. При дослідженні динаміки ротора з АБП виділяються тільки ті усталені рухи, у яких КВ припиняють рух щодо ротора. При цьому не з'ясовано, а чи є інші усталені рухи, і якщо є, то як вони впливають на процес зрівноваження і віброзахисту ротора і на умови настання автобалансування.

2. Прийнято вважати, що критичні швидкості системи ротор-АБП, знайдені у найнижчому наближенні (коли маса КВ набагато менша маси ротора), достатньо близькі до дійсних критичних швидкостей, а наступні наближення можуть тільки уточнити величини критичних швидкостей, причому їх кількість не зміниться. Проте є експерименти і числові дослідження, які спростовують ці припущення, але аналітично це не досліджено.

Вказані технічні недоліки класичного методу зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП, та істотна неповнота теорії стосуються найбільш загальних, фундаментальних питань з зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП, що безумовно стримує розробку, експлуатацію і розширення областей застосування цих пристроїв. Тому надолуження цієї неповноти є актуальною науковою проблемою.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота відповідає темі наукових досліджень КНТУ “Зрівноваження обертових тіл пасивними автобалансирами” (Держ. реєстр. № 0103V006103 від 01.03 – 40.Д103), та державній цільовій програмі № 062 "Програма виробництва технологічних комплексів, машин та обладнання для агропромислового комплексу" на 1998-2005 р.р. (постанова Кабінету Міністрів України від 30 березня 1998 р. №403, та від 11 квітня 2001 р. № 350).

**Метою роботи є:** розробити нові методи зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ; розробити метод визначення умов настання автобалансування, придатний для будь-якої роторної системи, та АБП; визначити з його допомогою критичні швидкості різних роторних систем; визначити межі застосування методу шляхом поглибленого теоретико-експериментального дослідження динаміки певних типів АБП.

**Задачі досліджень:**

1. Розробити нові методи зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ, зокрема: визначити умови, за яких тверді КВ можуть зрівноважувати ротор у певній площині корекції; встановити інші методи автобалансування і віброзахисту роторів, відмінні від відомого - класичного.

2. Розробити фізично обґрунтований метод визначення умов настання автобалансування, зокрема, критичних швидкостей, придатний для будь-якої роторної системи і будь-якого типу АБП. Визначити межі його застосування.

3. За допомогою розробленого метода дослідити критичні швидкості і особливості зрівноваження жорстких роторів в залежності від їх масо-інерційних характеристик, способу закріплення, місця встановлення АБП, тощо. Визначити умови зрівноваження пасивними АБП гнучких роторів. Порівняти одержані результати з відомими.

4. Розробити єдиний методологічний підхід (теоретичний та експериментальний) до поглибленого дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту ротора певним пасивним АБП.

5. Із застосуванням розробленого підходу, у рамках моделі ротора на ізотропних опорах, який здійснює плоскопаралельний рух, теоретично дослідити процес статичного зрівноваження ротора багатокуюльовими (багатомаятниковими) АБП – класичним методом, та некласичним АБП – некласичним методом.

6. Експериментально перевірити результати теоретичних досліджень, зокрема виявити і дослідити усталені рухи системи, у яких КВ не припиняють рух відносно ротора, дослідити критичні швидкості системи.

**Об'єктом дослідження** є зрівноваження і віброзахист роторів пасивними АБП, та умови настання автобалансування.

**Предметом дослідження** є: методи зрівноваження і віброзахисту роторів АБП з твердими КВ; метод визначення умов настання автобалансування; критичні швидкості системи ротор-АБП у випадках зрівноваження гнучких і жорстких роторів при різному закріпленні; нові явища, якими супроводжується процес віброзахисту і зрівноваження роторів.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у наступному:

1. Встановлено, що пасивні АБП з твердими КВ, зокрема класичні, є матеріальними системами з можливістю руху КВ принаймні навколо однієї точки на повздовжній осі вала ротора. Запропоновані: нові методи зрівноважування та віброзахисту роторів, які відрізняються схемою руху КВ відносно ротора; нові КВ, відповідні АБП.

2. Створено наближений метод визначення умов настання автобалансування, зокрема визначення критичних швидкостей системи ротор-АБП, при переході через які настає чи втрачається автобалансування. Встановлена його застосовність при скінчених силах в'язкого опору в системі.

3. Уперше для основних моделей жорсткого ротора встановлені діапазони кутових швидкостей обертання, на яких настає автобалансування при зрівноваженні ротора будь-яким пасивним АБП, встановлена оптимальна кількість і оптимальне розташування АБП при зрівноваженні гнучкого ротора, який обертається із сталою кутовою швидкістю між суміжними критичними швидкостями.

4. Розроблено новий методологічний підхід дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ, який, на відміну від існуючих, враховує такі явища:

- наявність усталених рухів системи ротор-АБП, у яких КВ не припиняють рух відносно ротора;
- істотний вплив на кількість і величини критичних швидкостей системи ротор-АБП самого АБП.

5. Для моделей ротора на ізотропних опорах, який рухається плоскопаралельно і статично зрівноважується багатокуюльовим (багатомаятниковим) АБП, некласичним АБП уперше аналітично виявлені і досліджені такі явища:

- квазіперіодичні рухи системи ротор – АБП;

– залежність кількості і величини критичних швидкостей системи ротор-АБП від положення КВ відносно ротора, дисбалансу, сил опору. Встановлено, що вони стають істотними при малих силах опору в системі.

6. Уперше експериментально встановлено, що квазіперіодичні рухи існують тільки при дисбалансах, які АБП може зрівноважити. При малих силах опору виявлені квазіперіодичні рухи у ротора з нерухою точкою і опорою - циліндричним шарніром при зрівноваженні ротора кульовим АБП.

**Достовірність результатів досліджень.** В теоретичних дослідженнях достовірність результатів обумовлена використанням: фізично обґрунтованих припущень при побудові і аналізі математичних моделей ротора й АБП; відомих методів теорій коливань, стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем, малого параметра. В експериментальних дослідженнях – використанням візуального спостереження за поведінкою системи ротор-АБП при стробоскопічному освітленні; спостереженням за (лазерним) променем, спрямованим по осі вала ротора. Теоретичні та експериментальні результати добре погоджуються між собою.

#### **Практична цінність.**

1. Розроблені методи зрівноваження і віброзахисту роторів (технічні рішення захищені патентами України), які мають переваги над відомим – класичним: забезпечують спокійний розгін і вибіг ротора; КВ нечутливі до зміни швидкості обертання ротора; КВ діють на вал, ротор і т.п. рівно з такими силами, які потрібні для зрівноваження ротора, тощо.

2. Результати роботи впроваджені на: державному підприємстві “Запорізьке машинобудівне конструкторське бюро “Прогрес” ім. академіка А.Г.Івченка”, м. Запоріжжя; ЗАТ “Ельгран”, м. Кіровоград; Кіровоградському заводі “Сегмент”; використовуються у навчальному процесі кафедри деталей машин та прикладної механіки КНТУ.

Результати роботи застосовні при виборі типу, проектуванні і розрахунку параметрів пасивних АБП, призначених для зрівноважування і віброзахисту на ходу широкого класу швидкісних жорстких і гнучких роторів.

**Апробація роботи.** Матеріали дисертації обговорювалися на: XXX–XXXV наукових конференціях викладачів, аспірантів та співробітників КНТУ (1999-2004 р.р.); I-ому Всеукраїнському з'їзді по ТММ, (Харків, 1997); 8-ій Міжнародній конференції "Моделювання і дослідження стійкості систем", (Київ, 1997); науковому семінарі “Сучасні проблеми механіки” (під керівництвом член.-кор. НАН України А.Ф.Улітко) у Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка, 12.01.2001 р.; 3-й Міжнародній науково-практичній конференції “Проблеми конструювання, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки” (Кіровоград, 2001); Міжнародній науково-технічній та методичній конференції “Механіка машин і механізмів” (Хмельницький, 2002); 6-му Міжнародному симпозиумі Українських інженерів-механіків у Львові, (Львів, 2003); I-й Міжнародній н.-т. конференції “Машинобудування та металообробка – 2003” (Кіровоград, 2003).

**Публікації.** За результатами виконаних робіт опубліковано 1 монографію, 23 статті у фахових виданнях, 2 депонованих рукописи, одержано 6 патентів України, опубліковано 5 тез науково-технічних конференцій.

**Особистий внесок здобувача.** Всі наукові результати в дисертаційній роботі, зокрема ті, що складають наукову новизну, одержані особисто автором. Зокрема це: умови зрівноважування ротора твердими КВ; нові КВ, нові схеми їх руху відносно ротора і відповідні методи зрівноважування і віброзахисту ротора; метод визначення умов настання автобалансування і одержані з його допомогою умови зрівноваження гнучких і жорстких роторів при різному пружному закріпленні будь-яким типом АБП; нові явища, якими супроводжується процес автобалансування, зокрема квазіперіодичні рухи. За участю та під науковим керівництвом автора досліджувалися: В.С.Сотніковим – динаміка ротора, який зрівноважується АБП-демпфером; Ю.А.Невдахою – динаміка ротора, який зрівноважується неklasичним АБП, не чутливим до сил ваги. В них автору належить теоретико-експериментальний підхід з дослідження динаміки ротора з АБП, зокрема універсальний стенд і методика проведення на ньому досліджень, неklasичні КВ. Також, в дослідженнях АБП-демпферів автору належать: загальна схема руху КВ – навколо точки на повздовжній осі ротора; способи здійснення сферичного руху сферичним шарніром, або заключенням КВ у сферу, а її – у сферичну порожнину ротора. В дослідженнях неklasичних АБП, не чутливих до сил ваги, автору також належить схема руху КВ – прототип, у якій КВ повертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора.

**Структура і обсяг роботи.** Робота складається із вступу, шести розділів, п'яти додатків. Основний обсяг дисертації складає 321 сторінку, включаючи 62 рисунка, 13 таблиць. Список використаних літературних джерел складається з 263 найменувань. Додатки містять 21 с.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовані мета й задачі досліджень, вказується наукова новизна, практичне значення отриманих результатів, наводяться апробація, публікації, загальна структура роботи.

У першому розділі, на підставі критичного огляду літератури з конструкції АБП і областей їх застосування, теоретичного і експериментального дослідження процесів віброзахисту і зрівноваження роторів пасивними АБП, робиться оцінка існуючого рівня теорії і практики з зазначеної галузі, обґрунтовуються мета і задачі досліджень.

Проведений огляд літератури з зазначених і суміжних областей, зокрема робіт – Ю.В.Агафонова, А.І.Артюніна, І.І.Блехмана, М.В.Василенка, І.А.Віковича, В.В.Гайдайчука, Б.І.Горбунова, О.О.Горошка, О.О.Гусарова, Ф.М.Детинка, В.Г.Дубенця, В.І.Кравченка, А.С.Кельзона, М.Е.Левита, А.І.Муйжнієка, В.П.Нестеренка, М.А.Павловського, Ю.С.Рейбаха,

А.И.Ривкіна, В.П.Ройзмана, А.Я.Савченка, Б.І.Сокола, Є.В.Харченка, В.В.Хільчевського, J.Adolfsson, J.D.Alexander, Y.Araki, R.B.Bhat, P.Bövik, J.W.Cade, C.P.Chao, J.Chung, S.Emanuelsson, A.Fesca, C.Högfors, C.L.Huang, C.H.Hwang, I.Inove, J.Inoue, I.Jang, M.S.Jeon, Y.Jinouchi, J.R.Kang, T.Kawaguchi, Y.Kawakami, W.D.Kim, H.O.Kwon, J.K.Lee, H.S.Lee, T.Miwa, S.Miyara, W.K. Van Moorhem, Y.Ohtsuka, J.S.Park, C.Rajalingham, S.Rakheja, D.S.Ro, S.Shimizu, C.K.Sung, K.Suzuki, C.Tan, E.L.Thearle, та інших вчених.

За оглядом конструкцій і принципів дії основних типів АБП з твердими КВ встановлено, що всі існуючі АБП з твердими КВ – кільцеві, кульові, маятникові, сегментні, тощо (класичні) зрівноважують і захищають ротор від вібрацій за методом А.Fesca – центри мас КВ обертаються навколо повздовжньої осі ротора. Встановлені переваги і недоліки різних типів класичних АБП. Основним їх недоліком є дія на вал, ротор і т.п. із значними силами навіть при зрівноваженому роторі, що знижує якість балансування.

За оглядом основних робіт з теоретичного дослідження процесів віброзахисту і зрівноваження роторів пасивними АБП проаналізовані послідовність досліджень, моделі ротора і АБП, отримані результати. Встановлено, що дослідження цього процесу традиційно засновується на припущенні, що з часом рух системи ротор-АБП встановлюється, причому КВ здоганяють ротор. При цьому спостерігаються два види усталених рухів: *основні* – у яких ротор зрівноважений, якщо ємності АБП вистачає, або найбільше зрівноважений – якщо ні; *побічні* – у яких ротор розбалансований. Тому математичне визначення умов настання автобалансування зводиться до дослідження умов існування і стійкості різних усталених рухів системи ротор-АБП.

Також у дослідженнях визначаються критичні швидкості – при переході через які настає чи втрачається автобалансування. Вони визначаються у найнижчому наближенні (коли маса КВ набагато менша маси ротора) і далі вважається, що вони достатньо близькі до дійсних критичних швидкостей, а наступні наближення можуть тільки уточнити величини критичних швидкостей, причому їх кількість не зміниться.

Як наслідок, в існуючих підходах покладається, що саме ротор визначає динамічні властивості системи ротор-АБП, а обернена дія АБП на динаміку ротора майже не помітна. Проте є експерименти і числові дослідження, які спростовують ці припущення. Так, можливі режими руху, у яких КВ не можуть догнати ротор, автобалансування може не наставати на швидкостях, значно більших за найвищу критичну швидкість обертання ротора, тощо.

Виділені три різні математичні методи досліджень, що ґрунтуються на: теорії стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем; теорії стійкості періодичних рухів нелінійних неавтономних систем; асимптотичних методах. Встановлено, що перший метод дозволив для роторів на ізотропних опорах провести дослідження із найбільшою глибиною. Встановлено, що застосування методів значно ускладнюється із зростанням кількості КВ, чи кількості ступенів вільності ротора.



За оглядом основних робіт з експериментального дослідження процесів віброзахисту і зрівноваження роторів виділені і оцінені різні методи експериментальних досліджень і результати, одержані з їх допомогою. Встановлено, що задачі досліджень можна умовно поділити на дві групи: загального спрямування – з дослідження узагальнених роторних систем (жорстких і гнучких роторів при різному закріпленні); спеціального спрямування – з дослідження динаміки конкретних типів роторних машин (ручних шліфувальних машин, шліфувальних верстатів, CD/DVD приладів, тощо). Дослідження першої групи спрямовані на: перевірку теоретичних результатів і положень; дослідження режимів і явищ, які важко досліджувати теоретично (розгін і вибіг ротора, реакція системи на різні збурення, тощо).

За результатами оглядів сформульовані мета і задачі досліджень.

У другому розділі розроблені нові методи зрівноваження і віброзахисту роторів АБП з твердими КВ, зокрема визначені: умови, при виконанні яких АТТ може зрівноважити ротор у певній площині корекції; нові схеми зрівноваження і віброзахисту роторів твердими КВ, відповідні конструкції АБП.

У класичній схемі зрівноваження і віброзахисту ротора (А. Feska) КВ повертається навколо повздовжньої осі ротора. Для виявлення нових можливих схем розглянута більш загальна задача.

Аналізом диференціальних рівнянь руху АТТ навколо рухомої точки встановлено, що АТТ з нерухою точкою на повздовжній осі ротора здатне зрівноважити ротор у площині, що проходить через цю точку і перпендикулярна до осі при наступних характеристиках АТТ відносно головних осей  $\xi, \eta, \zeta$ , що виходять із цієї точки:

$$I_{\xi}=A, \quad I_{\eta}=I_{\zeta}=B, \quad \mathbf{l}=(0,0,-l)^T, \quad (1)$$

де:  $I_{\xi}, I_{\eta}, I_{\zeta}$  - осьові моменти інерції КВ;  $\mathbf{l}$  - радіус-вектор центра мас КВ відносно точки підвісу;  $T$  - знак транспонування.

У частинному випадку осьові моменти інерції можуть бути рівними

$$I_{\xi}=I_{\eta}=I_{\zeta}=A, \quad \mathbf{l}=(0,0,-l)^T. \quad (2)$$

Доведено існування і наведені приклади АТТ, що задовольняють умовам (1), (2) (рис. 1). З тіл на рис. 1 можна одержати КВ більш складної форми. Наведені геометричні і масо-інерційні характеристики нових КВ.

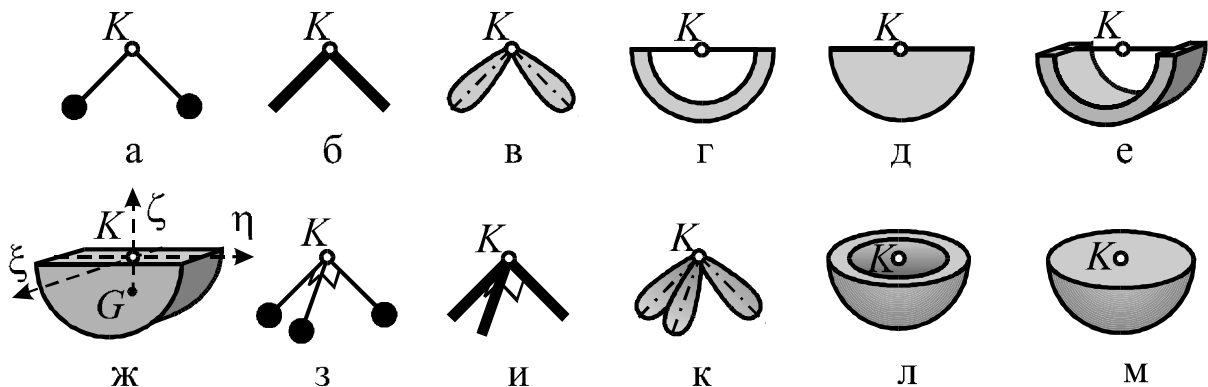


Рис. 1. КВ з нерухою точкою на осі вала ротора

Запропоновані різні методи зрівноваження і віброзахисту роторів, з принципово відмінним рухом КВ від такого у методі А.Feska (табл.1.) і відповідні конструкції АБП (рис. 2).

Табл. 1

## Методи віброзахисту і зрівноваження роторів

№ п.п.	Метод – вид руху КВ відносно ротора	позначення
1	Класичний А.Feska – КВ обертаються навколо повздовжньої осі ротора	$K_1$
2	Класичний із в'язями – КВ попарно обертаються навколо повздовжньої осі ротора на рівні кути у протилежні боки	$K_2$
3	Некласичний - КВ обертаються навколо поперечних осей ротора (рис. 2, а)	$H_1$
4	Некласичний - КВ обертаються навколо повздовжньої і поперечної осей ротора (рис. 2, б)	$H_2$
5	Некласичний - КВ обертаються навколо двох непаралельних осей, які не є повздовжніми осями ротора (рис. 2, в)	$H_3$
6	Некласичний - КВ обертаються навколо точки на повздовжній осі ротора (рис. 2, г)	$H_4$

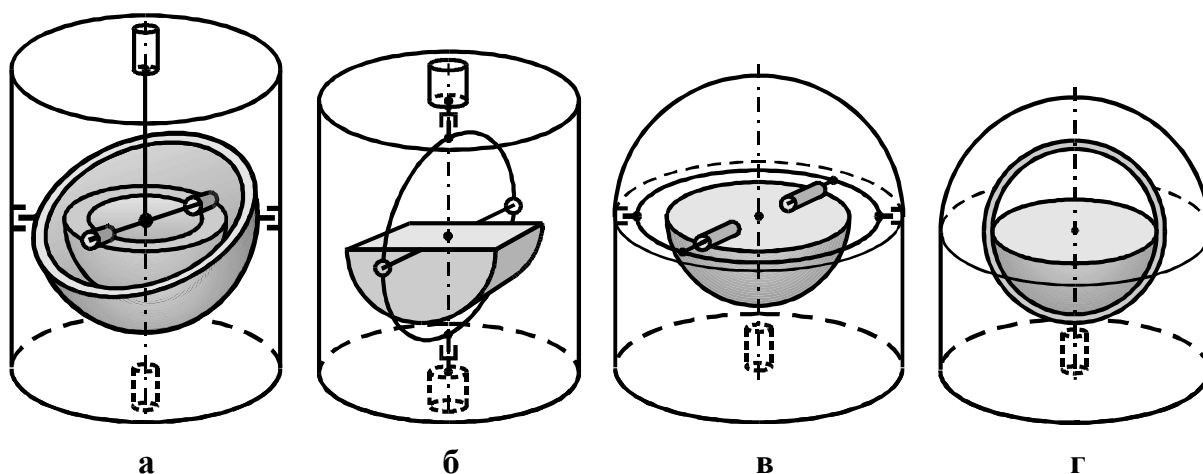


Рис. 2. Приклади некласичних АБП, які працюють за різними схемами (патенти України № 40768 А, 52321 А, 55446, 36244 А, 36294 А)

Встановлені переваги і недоліки різних методів. Загальною перевагою нових методів є: тиск КВ на ротор, осі і т.п. рівно з такою силою, яка потрібна для зрівноваження ротора (рис. 3); у вертикально розташованому роторі КВ під час пуску і гальмування ротора прямують до нейтрального положення (центри мас прямують до осі обертання), що робить ці процеси спокійними.

Встановлено, що основною відмінністю одного класичного АБП від іншого є вид КВ, що застосовуються у пристрої. Тому вони діляться на кульові, роликові, маятникові, кільцеві і сегментні. Некласичні АБП запропоновано розрізняти за видом руху КВ відносно ротора.

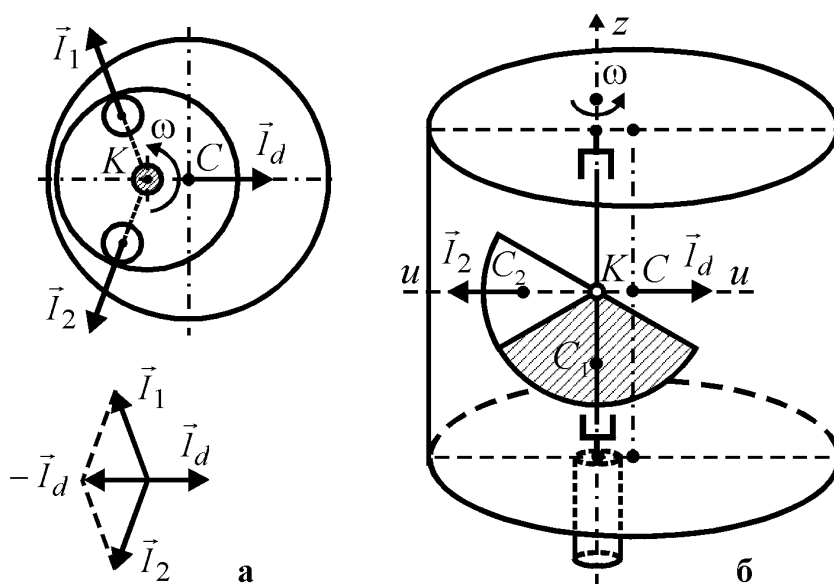


Рис. 3. Зрівноваження ротора:  
а – класичними КВ; б – некласичним КВ

електродвигунів; різноманітні екстрактори, центрифуги, сепаратори, тощо).

У третьому розділі розроблений метод визначення умов настання автобалансування, придатний для будь-яких роторних систем, та для будь-яких типів пасивних АБП. Із його застосуванням знайдені умови настання автобалансування при зрівноваженні пасивними АБП жорстких роторів при різному пружному закріпленні, та гнучких роторів.

Метод визначення умов настання автобалансування ґрунтується на двох фізично обґрунтованих критеріях.

**Критерій настання автобалансування:** для усунення пасивним АБП з твердими КВ відхилення деякої точки поздовжньої осі ротора від осі обертання, чи для зменшення цього відхилення рідинним АБП необхідно і достатньо, щоб ця точка під дією дисбалансу, у ній прикладеного, у середньому за один оберт ротора, відхилялася протилежно вектору дисбалансу.

Математично критерій можна записати так

$$\bar{r}_{Ac} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{e}(\varphi) \cdot \vec{r}_A(\varphi) d\varphi = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \vec{e}(t) \cdot \vec{r}_A(t) dt < 0, \quad (3)$$

де:  $\varphi$  - кут повороту ротора;  $t$  - час;  $\omega$  - стала кутова швидкість обертання ротора;  $\vec{e}$  - одиничний вектор, спрямований по вектору дисбалансу, як функція  $\varphi(t)$ ;  $\vec{r}_A$  - вектор відхилення точки  $A$  вала від осі обертання, викликаний статичним дисбалансом, прикладеним у точці  $A$ , як функція  $\varphi(t)$ .

Критерій застосовується у такій послідовності:

- 1) зрівноваженому ротору надається у певній точці  $A$  на його повздовжній осі, через яку буде проходити площина корекції АБП, елементарний дисбаланс, створений елементарною масою, встановленою на відстані, яка значно перевищує відхилення вала від осі обертання у цій точці, складаються диференціальні рівняння руху системи;

Метод А. Feska ефективно застосовувати, коли усередині ротора немає вільного місця і треба, щоб АБП охоплював його зовні, або коли вільне місце близьке за формою до відносно плоского циліндра. Некласичні методи ефективно застосовувати, коли усередині ротора є вільне місце, яке технологічно не застосовується і близьке за формою до високого циліндра (порожні шпинделі, вали, ротори

- 2) визначається закон усталеного руху  $\vec{r}_A$  цієї точки, викликаний елементарним дисбалансом;
- 3) із застосуванням критерію (3) визначається алгебраїчна умова настання автобалансування, яка зв'язує параметри системи і кутову швидкість обертання ротора;
- 4) із алгебраїчної умови визначаються критичні швидкості – швидкості, при переході через які настає чи втрачається автобалансування.

**Критерій стійкості основного руху:** для стійкості основного руху системи ротор-АБП необхідно і достатньо, щоб точка на повздовжній осі ротора, яка знаходиться у площині корекції АБП, під дією елементарного дисбалансу, викликаного відхиленням КВ чи КМ від основного руху, відхилялася від основного руху у середньому за один оберт ротора, протилежно вектору елементарного дисбалансу:

$$\bar{r}_{Ac} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{\epsilon}(\varphi) \cdot \Delta\vec{r}_A(\varphi) d\varphi = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \vec{\epsilon}(t) \cdot \Delta\vec{r}_A(t) dt < 0, \quad (4)$$

де  $\Delta\vec{r}_A$  - відхилення у русі точки  $A$  від закону  $\vec{r}_A$ , викликане елементарним дисбалансом.

Критерій застосовується у такій послідовності:

- 1) КВ чи КМ і ротор у основному русі розглядаються як жорстке ціле, у площині корекції АБП ротору надається елементарний дисбаланс, створений елементарною масою, встановленою на відстані, яка значно перевищує відхилення вала від осі обертання у цій точці, складаються диференціальні рівняння руху системи;
- 2) визначається закон усталеного руху  $\Delta\vec{r}_A$  цієї точки, викликаний елементарним дисбалансом;
- 3) із застосуванням критерію (4) визначається алгебраїчна умова настання автобалансування, яка зв'язує параметри системи і кутову швидкість обертання ротора;
- 4) із алгебраїчної умови визначаються критичні швидкості – швидкості, при переході через які настає чи втрачається автобалансування.

Перший критерій дозволяє одержувати умови, придатні для будь-якого типу АБП. Другий критерій дозволяє врахувати тип АБП. З критичних швидкостей, отриманих другим критерієм, можна одержувати критичні швидкості, отримані першим критерієм, якщо покласти, що маса КВ значно менша маси ротора.

**У п. 3.2**, із застосуванням критеріїв, знайдені діапазони швидкостей, на яких настає автобалансування при зрівноваженні різних плоских роторних систем.

**У п.п. 3.2.1** розглянутий ротор на анізотропних опорах (рис. 4).

При неврахуванні сил в'язкого опору в опорах (рис. 4, а) встановлено, що існують три критичні швидкості

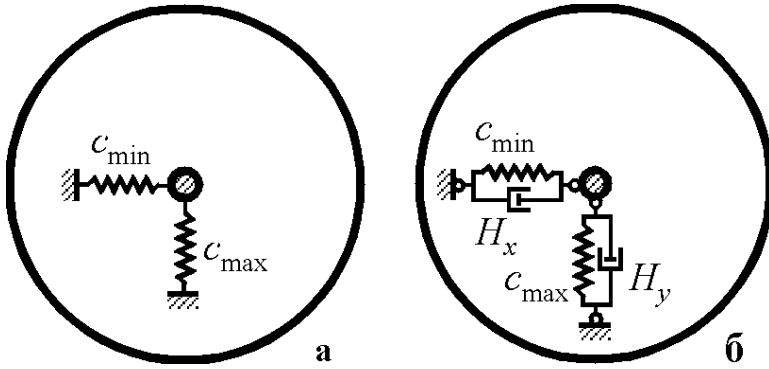


Рис. 4. Плоский ротор на анізотропних опорах

КОСТЯМИ

$$\omega \in (\omega_1, \omega_2) \cup (\omega_3, +\infty). \quad (6)$$

Подібний результат раніше одержувався різними авторами для двохкульового АБП і уперше розповсюджується на всі типи пасивних АБП.

При врахуванні сил в'язкого опору в опорах (рис. 4, б) встановлено існування однієї –  $\tilde{\omega}_1$ , чи трьох –  $\tilde{\omega}_{1,2,3}$  критичних швидкостей, які є коренями рівняння

$$2(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)(\omega_3^2 - \omega^2) + \omega^2 [h_x^2(\omega_3^2 - \omega^2) + h_y^2(\omega_1^2 - \omega^2)] = 0, \quad (7)$$

де  $\omega_i$  з (5), і  $h_x = H_x/M$ ,  $h_y = H_y/M$ ,  $H_x, H_y$  – коефіцієнти в'язкого опору опор. Автобалансування настає на швидкостях, які більші за єдину критичну, або між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями. При малих силах в'язкого опору ( $h_x \sim \varepsilon$ ,  $h_y \sim \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ) існують три критичні швидкості

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_1^2 &\approx \omega_1^2 [1 + h_x^2 / (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)], \quad \tilde{\omega}_2^2 \approx \omega_2^2 [1 + (h_x^2 - h_y^2) / (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)], \\ \tilde{\omega}_3^2 &\approx \omega_3^2 [1 - h_y^2 / (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Цей результат одержаний уперше.

Встановлено, що при ізотропних опорах ( $c_{\min} = c_{\max} = c$ ,  $h_x = h_y = h$ ), не залежно від сил опору в опорах ( $h$ ), існує єдина критична швидкість

$$\omega_1 = \sqrt{c/M}. \quad (9)$$

Подібний результат раніше одержувався багатьма авторами для різних класичних АБП і уперше розповсюджується на всі типи пасивних АБП.

У п.п. 3.2.2 розглянутий ротор, пружно закріплений в АТТ, яке також пружно закріплено і рухається поступально (рис. 5). Встановлено, що існують три критичні швидкості

$$\omega_1 = \sqrt{x_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{(c_1 + c_2)/M_1}, \quad \omega_3 = \sqrt{x_2} : \omega_1 < \omega_2 < \omega_3, \quad (10)$$

де  $M_1$  – маса АТТ,

$$\omega_1 = \omega_{\min},$$

$$\omega_2 = \sqrt{(\omega_{\min}^2 + \omega_{\max}^2)/2},$$

$$\omega_3 = \omega_{\max} \quad (\omega_1 < \omega_2 < \omega_3), \quad (5)$$

$$\text{де } \omega_{\min(\max)} = \sqrt{c_{\min(\max)}/M},$$

і  $M$  – маса ротора,  $c_{\min}$ ,  $c_{\max}$  – жорсткості опор. Автобалансування настає між першою і другою, та над третьою критичними швид-

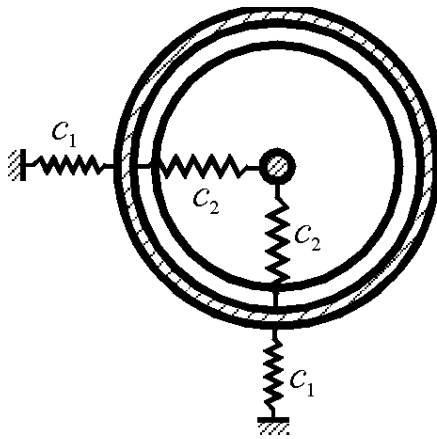


Рис. 5. Ротор, пружно закріпленний в АТТ

$$x_{1,2} = \frac{M_1 c_2 + M_2 (c_1 + c_2)}{2M_1 M_2} \mp$$

$$\left[ \left( \frac{M_1 c_2 + M_2 (c_1 + c_2)}{2M_1 M_2} \right)^2 - \frac{c_1 c_2}{M_1 M_2} \right]^{1/2}, \quad (11)$$

і  $M_2$  – маса ротора,  $c_1, c_2$  – жорсткості опор тіла і ротора. Автобалансування настає між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями.

Подібний результат раніше одержувався різними авторами для двохкульового АБП і уперше розповсюджується на всі типи пасивних АБП.

У п.п. 3.2.3 розглянутий ротор під час різання (шліфування) (рис. 6).

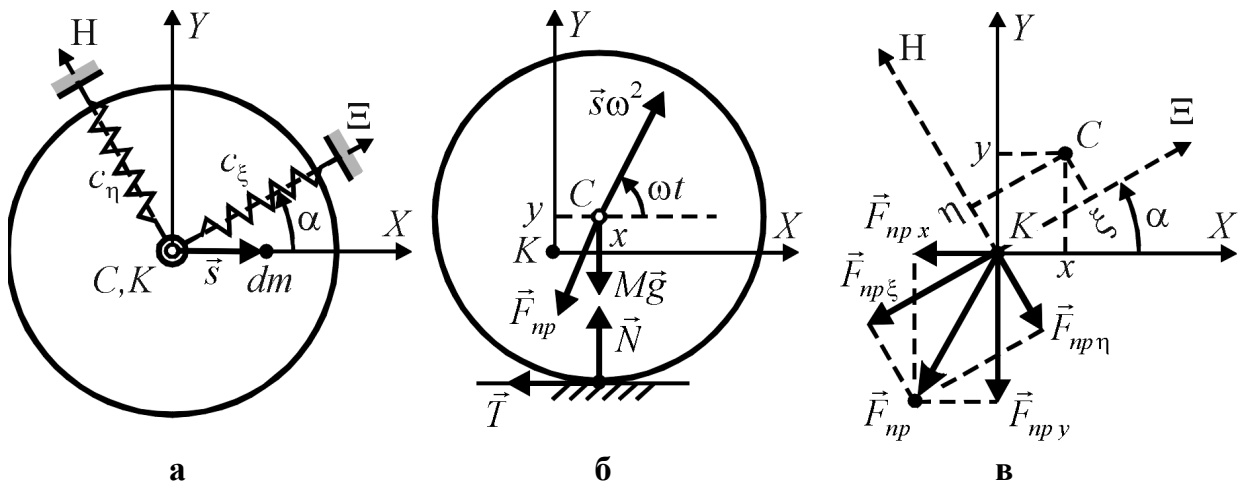


Рис. 6. Ротор під час різання (шліфування)

Встановлено, що існує єдина критична швидкість, при перевищенні якої настає автобалансування

$$\omega_1 = \sqrt{(c_x + f c_{xy}) / M}, \quad (12)$$

де:  $M$  – маса ротора;  $c_x, c_y, c_{xy}$  – жорсткості опор відносно осей  $X, Y$ ;  $f$  – коефіцієнт сухого тертя (шліфування, різання).

При ізотропних опорах  $c_x = c_y = c, c_{xy} = 0$  і

$$\omega_1 = \sqrt{c / M}. \quad (13)$$

Подібний результат, тільки у випадку, коли  $\alpha = 0$ , раніше одержувався різними авторами для двохкульового АБП. Він уперше розповсюджується на всі типи пасивних АБП, і у ньому уперше враховано, що в загальному випадку  $\alpha \neq 0$ .

У п.п. 3.2.4 для розглянутих систем одержані критичні швидкості з застосуванням критерію стійкості основних рухів. При цьому враховано, що

разом з ротором обертаються КВ масою  $\Sigma m_i$ , певна маса  $m_d$ , що створює дисбаланс і припускалося, що ротор встановлений у важке тіло (корпус), масою  $M_T$ , яке пружно закріплене і рухається поступально (рис. 7).

Уперше встановлене наступне *правило визначення критичних швидкостей з врахуванням АБП, дисбалансу і додаткового тіла*: у рівняння для визначення критичних швидкостей треба підставляти замість маси ротора

$M$  сумарну масу  $M_\Sigma$  ротора, дисбалансу, АБП і додаткового тіла:

$$M_\Sigma = M + M_T + \Sigma m_i + m_d. \quad (14)$$

Використання правила проілюстровано прикладами. Зокрема одержана критична швидкість для ротора на ізотропних опорах

$$\omega_1 = \sqrt{c / M_\Sigma}. \quad (15)$$

Ця формула співпадає з загальновідомими формулами для визначення критичної швидкості для плоского ротора на ізотропних опорах, який зрівноважується кульовим, рідинним АБП, але узагальнює її

для будь-якого АБП і дозволяє враховувати масу додаткового тіла.

У п. 3.3 одержані умови зрівноваження ротора з нерухомою точкою (рис. 8). Припускалося, що ротор маси  $M$ , осесиметричний з екваторіальними і полярними моментами інерції відносно центра мас відповідно  $A, C$ .

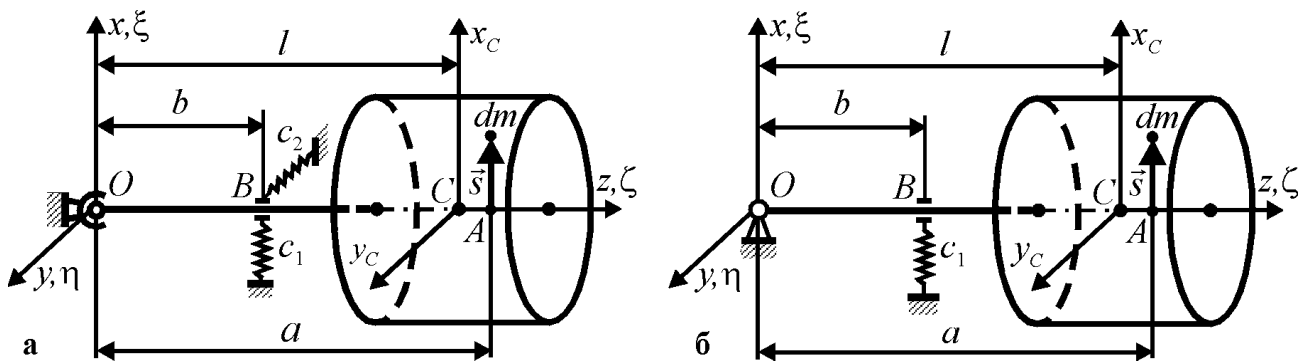


Рис. 8. Моделі ротора з нерухомою точкою

У п.п.3.3.1 розглянутий випадок, коли вал утримує сферичний шарнір і пружні опори жорсткості  $c_1, c_2$  (рис. 8, а).

Досліджений випадок анізотропних опор ( $c_1 \neq c_2$ ). Встановлено, що кількість критичних швидкостей, зокрема, залежить від осевих моментів інерції ротора та від положення площини корекції – переріза  $A$ .

Для довгого відносно точки  $O$  ротора ( $A_\xi > C$ ,  $A_\xi = A + Ma^2$ ) існують три критичні швидкості

$$\omega_1 = \sqrt{x_1}, \quad \omega_2 = \tilde{\omega}, \quad \omega_3 = \sqrt{x_2} \quad (\omega_1 < \omega_2 < \omega_3), \quad (16)$$

$$\text{де } \tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{2(C + A_\xi)}}, \quad x_{1,2} = \frac{A_\xi(k_1 + k_2)}{2(A_\xi^2 - C^2)} \mp \left\{ \left[ \frac{A_\xi(k_1 + k_2)}{2(A_\xi^2 - C^2)} \right]^2 - \frac{k_1 k_2}{A_\xi^2 - C^2} \right\}^{1/2},$$

$$k_1 = c_2 b^2, \quad k_2 = c_1 b^2. \quad (17)$$

Автобалансування настає між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями.

Для сферичного відносно точки  $O$  ротора ( $A_\xi = C$ ) існують дві критичні швидкості

$$\omega_1 = \sqrt{k_1 k_2 / A_\xi (k_1 + k_2)}, \quad \omega_2 = \sqrt{(k_1 + k_2) / 4 A_\xi}, \quad (\omega_2 > \omega_1), \quad (18)$$

і автобалансування настає між цими двома швидкостями.

Для короткого відносно точки  $O$  ротора ( $A_\xi < C$ ) існують дві критичні швидкості

$$\omega_1 = \sqrt{x_2}, \quad \omega_2 = \tilde{\omega}, \quad (\omega_2 > \omega_1), \quad (19)$$

де  $\tilde{\omega}, x_2$  з (17). Автобалансування настає між цими двома швидкостями.

Досліджений випадок ізотропних опор ( $c_1 = c_2 = c$ , або  $k_1 = k_2 = k$ ).

Для довгого відносно точки  $O$  ротора ( $A_\xi > C$ ) існує єдина критична швидкість, при перевищенні якої настає автобалансування:

$$\omega_1 = \sqrt{k / (A_\xi - C)}. \quad (20)$$

У випадках сферичного і короткого відносно точки  $O$  ротора ( $A_\xi \leq C$ ) не існує діапазону швидкостей, на яких настає автобалансування.

Подібні результати, тільки для двохкульового АБП, одержувалися раніше. Вони уперше розповсюджуються на всі типи пасивних АБП.

У п.п.3.3.2 розглянутий випадок, коли вал утримує циліндричний шарнір і пружна опора жорсткості  $c_1$  (рис. 8, б). Встановлено, що існує єдина критична швидкість

$$\omega_1 = \sqrt{c_1 b^2 / A_\xi}, \quad (21)$$

вище якої настає автобалансування. Результат отриманий уперше.

У п. 3.4 одержані умови зрівноваження ротора, який здійснює просторовий рух (рис. 9). Припускалося, що ротор маси  $M$ , осесиметричний з екваторіальними і полярним моментами інерції відносно центра мас відповідно  $A, C$ . Він встановлений на ізотропні пружні опори (рис. 9, а), або на невагомий пружний вал (рис. 9, б і інші схеми закріплення вала). Спосіб пружного закріплення ротора характеризують коефіцієнти жорсткості закріплення  $c_{11}, c_{33}, c_{14}$ .



Розглянутий випадок ротора, несиметрично встановленого на пружні опори ( $c_{14} \neq 0$ ). Встановлено наступне.

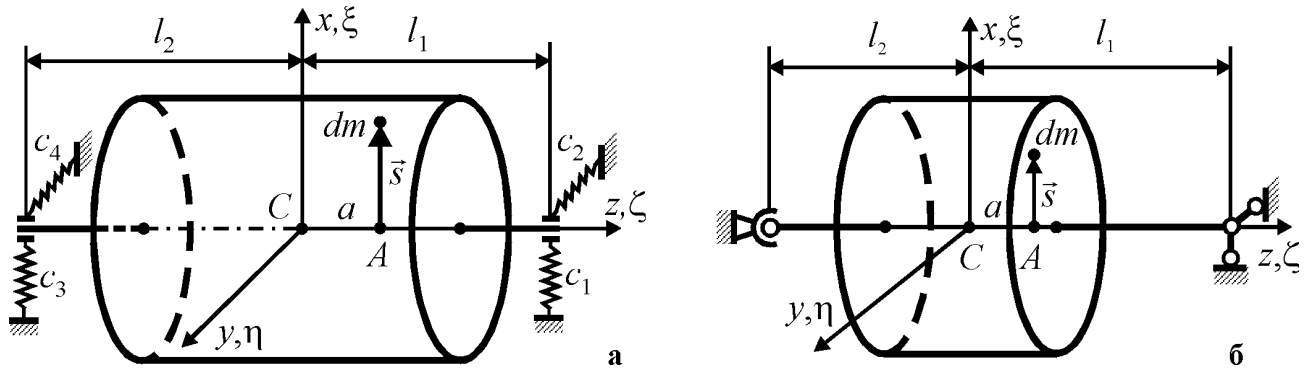


Рис. 9. Моделі ротора, який здійснює просторовий рух

Для довгого ротора ( $A > C$ ) існують три критичні швидкості

$$\omega_i = \tilde{\omega}, \quad \omega_j = \sqrt{x_1}, \quad \omega_k = \sqrt{x_2}, \quad i, j, k \in \{1, 2, 3\} : \omega_1 < \omega_2 < \omega_3, \quad (22)$$

де 
$$\tilde{\omega} = \sqrt{(c_{33} + c_{11}a^2 - 2ac_{14}) / (A + Ma^2 - C)},$$

$$x_{1/2} = \frac{c_{11}}{2M} + \frac{c_{33}}{2(A-C)} \mp \sqrt{\left[ \frac{c_{11}}{2M} - \frac{c_{33}}{2(A-C)} \right]^2 + \frac{c_{14}^2}{M(A-C)}}. \quad (23)$$

Автобалансування настає між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями.

Для сферичного ротора ( $A = C$ ) існують дві критичні швидкості

$$\omega_i = \sqrt{\frac{c_{33} + c_{11}a^2 - 2ac_{14}}{Ma^2}}, \quad \omega_k = \sqrt{\frac{c_{11}c_{33} - c_{14}^2}{Mc_{33}}}, \quad i, k \in \{1, 2\} : \omega_1 < \omega_2, \quad (24)$$

між якими настає автобалансування.

Для короткого ротора ( $A < C$ ) можливі два випадки.

а)  $a: A + Ma^2 > C$ . Існують дві критичні швидкості

$$\omega_i = \tilde{\omega}, \quad \omega_k = \sqrt{x_2}, \quad i, k \in \{1, 2\} : \omega_1 < \omega_2, \quad (25)$$

де  $\tilde{\omega}$ ,  $x_2$  з (23), і автобалансування настає між цими швидкостями.

б)  $a: A + Ma^2 < C$ . Існує єдина критична швидкість

$$\omega_1 = \sqrt{x_2}, \quad (26)$$

де  $x_2$  з (23), і автобалансування настає по її перевищенні.

Розглянутий випадок ротора, симетрично встановленого на пружні ізотропні опори ( $c_{14} = 0$ ). В цьому випадку кількість і умови існування критичних швидкостей не зміниться, але є можливість розташування критичних швидкостей у порядку зростання у явному вигляді.

Для довгого ротора ( $A > C$ ):

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 : \omega_1 = \sqrt{\frac{c_{11}}{M}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{c_{33} + c_{11}a^2}{A + Ma^2 - C}}, \omega_3 = \sqrt{\frac{c_{33}}{A - C}}. \quad (27)$$

Для сферичного ротора ( $A = C$ ):

$$\omega_1 < \omega_2 : \omega_1 = \sqrt{c_{11}/M}, \omega_2 = \sqrt{(c_{33} + c_{11}a^2)/Ma^2}. \quad (28)$$

Для короткого ротора ( $A < C$ ):

а)  $a: A + Ma^2 > C$ :

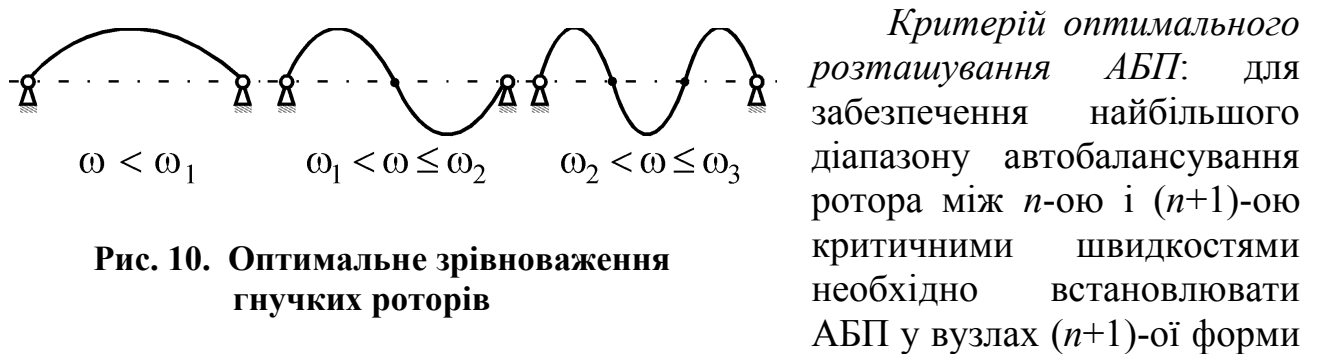
$$\omega_1 < \omega_2: \omega_1 = \sqrt{c_{11}/M}, \omega_2 = \sqrt{(c_{33} + c_{11}a^2)/(A + Ma^2 - C)}; \quad (29)$$

б)  $a: A + Ma^2 < C$ :

$$\omega_1 = \sqrt{c_{11}/M}. \quad (30)$$

Результати для таких просторових моделей отримані уперше. Раніше розглядався випадок зрівноваження симетрично встановленого ротора ( $c_{14} = 0$ ) двома двохкульовими АБП. Для спрощення задачі припускалося, що гіроскопічний момент є сталим ( $C\omega = H = \text{const}$ ). Тому із всіх областей настання автобалансування була одержана тільки верхня область.

У п. 3.5 одержані умови зрівноваження гнучких роторів. На прикладі шарнірно опертого на жорсткі опори однорідного вала, довжиною  $l$  і погонною масою  $m$  (рис. 10) уперше встановлені два критерії.



**Рис. 10. Оптимальне зрівноваження гнучких роторів**

головних коливань ротора (рис. 10).

*Критерій оптимальної кількості АБП: для забезпечення найбільш повного зрівноваження ротора між  $n$ -ою і  $(n+1)$ -ою критичними швидкостями необхідно встановити  $n$  АБП у вузлах  $(n+1)$ -ої форми головних коливань ротора (рис. 10).*

Результати для гнучких роторів отримані уперше.

Аналізом одержаних результатів встановлено, що критичні швидкості, які одержуються із застосуванням критерію настання автобалансування, співпадають з критичними швидкостями, одержаними для конкретних типів АБП іншими наближеними методами і узагальнюють їх шляхом розповсюдження на всі типи пасивних АБП. Розроблений метод, як і інші наближені методи, ефективний тоді, коли вплив на динаміку системи ротор-АБП самого АБП неістотний, а властивості системи визначає в основному ротор. У зв'язку з цим виникає потреба у визначенні меж застосування методу.

Результати, одержані у розділах 2, 3 дозволяють для основного класу роторів: обирати певний метод зрівноваження і віброзахисту і відповідний тип АБП; розраховувати основні параметри АБП; наближено визначати діапазони кутових швидкостей, у яких буде відбуватися автобалансування.

**У четвертому розділі** розроблений єдиний теоретико-експериментальний методологічний підхід до поглибленого дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ. Описані експериментальні стенди і методика проведення на них досліджень.

Теоретичні дослідження, проведені автором, уперше виявили, що можливий істотний вплив на динаміку системи ротор-АБП самого АБП. Цей вплив може проявлятися такими явищами.

1. На певному діапазоні кутових швидкостей обертання ротора існують *квазіперіодичні* побічні усталені рухи системи ротор-АБП. У них КВ не можуть здогнати ротор і майже рівномірно обертаються відносно землі із швидкістю, близькою до резонансної. Повздовжня вісь ротора рухається по гіпоциклоїді, що утворена прямою прецесією з частотою обертання КВ, і прямою нутацією, з частотою обертання ротора. Істотно, що області стійкості основних і квазіперіодичних рухів системи можуть перетинатися.

2. АБП може впливати на кількість і величину критичних швидкостей. Так, критична швидкість системи ротор-АБП, знайдена у найнижчому наближенні (коли масою АБП нехтують), може розпадатися у наступних наближеннях на непарну кількість критичних швидкостей. Величини критичних швидкості залежать від дисбалансу ротора, маси КВ, їх поточного положення, тощо.

Відповідно до цього в методологічний підхід до дослідження процесу віброзахисту і зрівноваження роторів пасивними АБП внесені наступні нові етапи: 1) дослідження квазіперіодичних рухів системи ротор-АБП; 2) уточнення величин і кількості критичних швидкостей, знайдених у найнижчому наближенні. Також змінена математична умова *настання автобалансування*: необхідно, щоб на робочому інтервалі кутових швидкостей обертання ротора при будь-якому допустимому дисбалансі принаймні один основний рух був стійким, а всі побічні, зокрема квазіперіодичні рухи – нестійкими, або не існували. Коли ці явища стають істотними, то спрощені підходи до визначення умов настання автобалансування – незастосовні.

Для роторів на ізотропних опорах доведена ефективність метода досліджень, що ґрунтується на теорії стійкості усталених рухів нелінійних автономних систем. Встановлені основні етапи і особливості його застосування. Показано, що метод дозволяє досліджувати і квазіперіодичні рухи системи.

Встановлені загальні задачі і послідовність експериментального дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту ротора АБП з твердими КВ. Основними задачами є: перевірка результатів теоретичних досліджень; дослідження явищ, які важко теоретично дослідити.

Для їх розв'язання розроблений новий метод експериментальних досліджень, який використовує – відоме стробоскопічне освітлення для спостереження за рухом КВ відносно ротора, і уперше - (лазерний) промінь, спрямований по осі вала ротор для: попереднього зрівноваження ротора; визначення частоти власних коливань ротора; визначення закону його руху в різних режимах; оцінки швидкості і якості зрівноваження ротора, тощо. Розроблений метод балансування ротора по (лазерному) променю, який ґрунтується на визначенні положення головної центральної осі ротора.

Створені два стенди: універсальний стенд для дослідження динаміки різних АБП; стенд ротора з нерухою точкою і валом, який утримується циліндричним шарніром – для дослідження динаміки кульового АБП. Сформульовані вимоги до дослідних моделей АБП. Розроблена методика проведення на стендах експериментів.

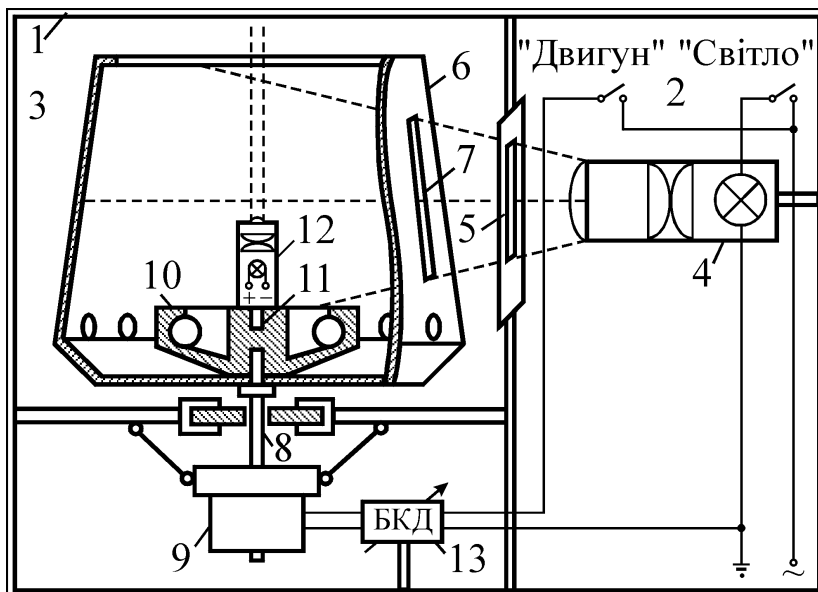


Рис. 11. Схема універсального стенду

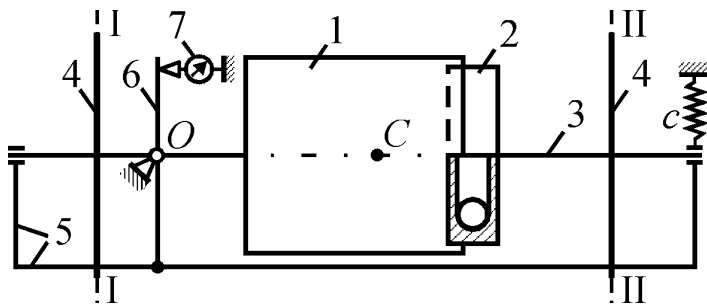
Цим створюється стробоскопічне освітлення. Центрифугу 6 кріплять до вала 8 двигуна 9 АБП 10 (на схемі кульовий АБП), виконані у вигляді окремих балансувальних голівок, що нагвинчуються на торець вала. У корпусі АБП виконаний співосно валу ротора різьбовий отвір 11, у який вкручується джерело лазерного світла 12. Включення двигуна і світла в ємності 2 здійснюється тумблерами "Двигун" і "Світло". Керування швидкістю обертання двигуна здійснюється блоком керування двигуном (БКД) 13.

В двох стендах швидкість обертання ротора вимірюється цифровим тахометром ЦАТ-3М, а частоти коливань системи і проміжки часу - за допомогою лічильника імпульсів - секундоміра Elwro FPM-09. У розглядуваному стенді відносний рух КВ знімається відеокамерою і передається на ПЕОМ через плату захоплення відео AVerMedia TV Studio. Рух лазерного променя на горизонтальному екрані знімається відеокамерою і цифровим фотоапаратом Olympus C-1 ZOOM.

На рис. 11 показана схема універсального стенда. У його корпусі 1 мають дві ємності 2, 3. У ємності 2 встановлене джерело спрямованого світла 4. Світло від джерела проходить через вузький отвір 5 у корпусі машини в ємність 3. У ній встановлений ротор 6. У його корпусі так само має вузький отвір 7. Світло через нього, один раз за повний оберт ротора, попадає в середину

АБП повинен мати ємність, яка приблизно у два рази менша за найменший дисбаланс, при якому ротор починає бити по корпусу машини. Це дасть можливість вивчати зрівноваження дисбалансів, які як не перевищують, так і перевищують (до 2-х разів) балансувальну ємність АБП. Стенд дозволяє досліджувати динаміку різних АБП з мінімальним попереднім налагодженням.

Основне призначення стенда – перевірка результатів теоретичних досліджень, а саме: доведення можливості зрівноваження ротора некласичними АБП; виділення і дослідження різних усталених рухів системи ротор-АБП, зокрема квазіперіодичних; оцінка якості і швидкості зрівноваження ротора; дослідження критичних швидкостей системи, тощо. На стенді також досліджуються явища, які теоретично важко дослідити: режими розгону і вибігу ротора; реакція системи на збурення різного походження, тощо.



**Рис. 12.** Схема стенда ротора з нерухомою точкою і валом, який утримується циліндричним шарніром

призначені для відрахування кутів поворотів дисків. На диски встановлюються зосереджені вантажі. Вал 3 тримає рама 5, яка пружно встановлена на опори з можливістю повороту навколо точки  $O$ . Вертикальні коливання рами вимірюються за допомогою важеля 6, прикріпленого до рами і багатообертового індикатора вимірювання переміщень стрілочного типу 7. Обертання ротору надається колекторним електродвигуном, який починає працювати після натискання важеля двигуна. Стробоскопічне освітлення створюється автомобільним стробоскопом. У отвір на правому торці вала ротора вкручується лазерний ліхтарик.

Основне призначення стенда – перевірка можливості зрівноваження ротора пасивним АБП (кульовим) при істотній анізотропії опор. Також визначаються різні режими руху системи, критичні швидкості, тощо.

**У п'ятому розділі** у рамках моделі ротора на ізотропних опорах, який рухається плоскопаралельно, теоретично досліджена динаміка багатоккульових і багатомаятникових АБП. На створених стендах досліджена динаміка кульових АБП. Дослідження проводилися за методами розділу 4.

Обрана плоска модель системи ротор-АБП. У її рамках ротор – симетричний плоский диск маси  $M$ , насаджений з ексцентриситетом  $e$  на абсолютно жорсткий вал, перпендикулярний його площині (рис. 13). Він

На рис. 12 показана схема стенда ротора з нерухомою точкою і валом, який утримується циліндричним шарніром. Він створений на базі верстату для динамічного балансування ТММ ІК. У ньому ротор 1 і кульовий АБП 2 насаджені на вал 3. На вал також насаджені диски 4, призначені для створення дисбалансів у двох площинах I-I і II-II, і лімба,

розташований вертикально, рухається плоскопаралельно у горизонтальній площині і обертається із сталою кутовою швидкістю  $\omega$ . У випадку маятникового АБП (рис. 13, а) на вал ротора насаджені  $n$  маятників, масою  $m_j$ , фізичної довжини  $l_j$  з осьовим моментом інерції  $J_j$  відносно осі, на яку насаджені,  $/j=\overline{1,n}/$ . У випадку кульового АБП (рис. 13, б)  $n$  куль, масою  $m_j$  рухаються по кільцевим доріжкам радіуса  $l_j$ ,  $/j=\overline{1,n}/$ , причому кулі приймаються за матеріальні точки, або  $l_j$  - відстані від осі вала до центра мас  $j$ -ої кулі, і осьовим моментом інерції кулі відносно її центральної осі нехтуємо.

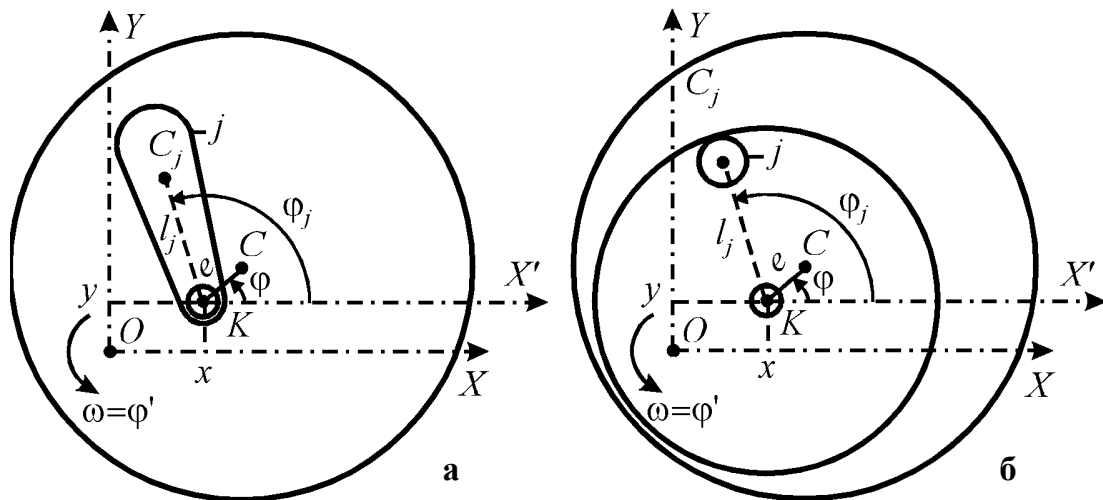


Рис. 13. Багатомаятниковий (а) і багатоккульовий (б) АБП

Рух системи визначається відносно правої системи нерухомих прямокутних осей  $X, Y, Z$ . Вісь  $Z$  спрямована по осі обертання у бік вектора кутової швидкості. Кут повороту ротора  $\varphi$  відраховується від додатного напрямку осі  $X$ . Положення маятників (куль) визначаються аналогічно кутами  $\varphi_j$ . При повороті  $j$ -го маятника навколо вала на нього діє момент сил в'язкого опору  $H_j l_j (\omega - \dot{\varphi}_j)$ , де  $H_j$  - коефіцієнт сил в'язкого опору,  $(\omega - \dot{\varphi}_j)$  - швидкість обертання маятника навколо вала відносно ротора, і штрих над величинами означає похідну за часом. При русі  $j$ -ої кулі по доріжці на неї діє сила в'язкого опору  $H_j l_j (\omega - \dot{\varphi}_j)$ , де  $H_j$  - коефіцієнт в'язкого опору, і  $l_j (\omega - \dot{\varphi}_j)$  - швидкість руху кулі по доріжці відносно ротора.

При нерухомому роторі вал суміщений з віссю обертання. У процесі руху вал - точка  $K$ , відхиляється від осі обертання, точки  $O$ , і на нього починають діяти оновлююча сила, і сила в'язкого опору середовища  $\vec{F}_c = -(x c, y c, 0)^T$ ,  $\vec{F}_H = -(x' H_0, y' H_0, 0)^T$ , де:  $x, y$  - координати, що визначають положення вала щодо осей  $X, Y$ ;  $c, H_0$  - коефіцієнти жорсткості і демпфірування в опорах вала.

Одержані диференціальні рівняння руху системи у нерухомій системі координат у комплексному безрозмірному вигляді:

- якщо КВ різні

$$p_j = \ddot{\phi}_j + h_j(\dot{\phi}_j - R_\omega) - iR_m R_{J_j} (\ddot{z}e^{-i\phi_j} - \ddot{\bar{z}}e^{i\phi_j})/2 = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ,$$

$$p_{n+1} = \bar{p}_{n+2} = \ddot{z} + H\dot{z} + z - \sum_{j=1}^n e_j (\dot{\phi}_j^2 - i\ddot{\phi}_j) e^{i\phi_j} = e_0 R_\omega^2 e^{iR_\omega \tau}, \quad (31)$$

де 
$$R_m = \sum_{i=1}^n m_i / M_\Sigma, \quad H = \frac{H_0}{\omega_0 M_\Sigma}, \quad R_\omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad e_0 = Me / \sum_{i=1}^n m_i l_i,$$

$$e_j = m_j l_j / \sum_{j=1}^n m_j l_j, \quad R_{J_j} = \frac{m_j l_j l^*}{J_j}, \quad h_j = \frac{H_j}{\omega_0 J_j}, \quad / j = \overline{1, n} / , \quad (32)$$

$$z = \xi + i\eta, \quad \xi = x/r^*, \quad \eta = y/r^*, \quad \tau = \omega_0 t \quad (d \cdot / dt = \omega_0 d \cdot / d\tau), \quad (33)$$

$$M_\Sigma = M + \sum_{j=1}^n m_j, \quad \omega_0 = \sqrt{c/M_\Sigma}, \quad l^* = \sum_{j=1}^n m_j l_j / \sum_{j=1}^n m_j, \quad r^* = \sum_{j=1}^n m_j l_j / M_\Sigma; \quad (34)$$

- якщо КВ однакові ( $m_j = m, \quad l_j = l, \quad J_j = J, \quad H_j = \tilde{H}, \quad / j = \overline{1, n} /$ )

$$p_j = \ddot{\phi}_j + h(\dot{\phi}_j - R_\omega) - i\tilde{R}_m (\ddot{z}e^{-i\phi_j} - \ddot{\bar{z}}e^{i\phi_j}) = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ,$$

$$p_{n+1} = \bar{p}_{n+2} = \ddot{z} + H\dot{z} + z - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\dot{\phi}_j^2 - i\ddot{\phi}_j) e^{i\phi_j} = e_0 R_\omega^2 e^{iR_\omega \tau}, \quad (35)$$

де 
$$\tilde{R}_m = nm^2 l^2 / 2J(M + nm), \quad 0 < \tilde{R}_m < 1/2. \quad (36)$$

У рухомій системі координат, яка обертається із швидкістю  $\Omega$

$$\phi_j = \Omega\tau + \alpha_j, \quad / j = \overline{1, n} / ; \quad z = se^{i\Omega\tau} \quad (37)$$

- диференціальні рівняння руху для випадку різних КВ:

$$q_j = \ddot{\alpha}_j + h_j(\dot{\alpha}_j + \Omega - R_\omega) -$$

$$- i\tilde{R}_m R_{J_j} [(\ddot{s} + 2i\Omega\dot{s} - \Omega^2 s) e^{-i\alpha_j} - (\ddot{\bar{s}} - 2i\Omega\dot{\bar{s}} - \Omega^2 \bar{s}) e^{i\alpha_j}] / 2 = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ;$$

$$q_{n+1} = \bar{q}_{n+2} = \ddot{s} + 2i\Omega\dot{s} - \Omega^2 s + H(\dot{s} + i\Omega s) + s -$$

$$- \sum_{j=1}^n e_j (\dot{\alpha}_j^2 + 2\Omega\dot{\alpha}_j + \Omega^2 - i\ddot{\alpha}_j) e^{i\alpha_j} = e_0 R_\omega^2 e^{i(R_\omega - \Omega)\tau}; \quad (38)$$

- диференціальні рівняння руху для випадку однакових КВ:

$$q_j = \ddot{\alpha}_j + h(\dot{\alpha}_j + \Omega - R_\omega) - i\tilde{R}_m [(\ddot{s} + 2i\Omega\dot{s} - \Omega^2 s) e^{-i\alpha_j} - (\ddot{\bar{s}} - 2i\Omega\dot{\bar{s}} - \Omega^2 \bar{s}) e^{i\alpha_j}] = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ;$$

$$q_{n+1} = \bar{q}_{n+2} = \ddot{s} + 2i\Omega\dot{s} - \Omega^2 s + H(\dot{s} + i\Omega s) + s -$$

$$- \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\dot{\alpha}_j^2 + 2\Omega\dot{\alpha}_j + \Omega^2 - i\ddot{\alpha}_j) e^{i\alpha_j} = e_0 R_\omega^2 e^{i(R_\omega - \Omega)\tau}. \quad (39)$$

Якщо система координат обертається синхронно з ротором ( $\Omega = R_\omega$ ), то:

- диференціальні рівняння руху для випадку різних КВ:

$$r_j = \ddot{\alpha}_j + h_j \dot{\alpha}_j - iR_m R_{J_j} [(\ddot{s} + 2iR_\omega \dot{s} - R_\omega^2 s)e^{-i\alpha_j} - (\ddot{\bar{s}} - 2iR_\omega \dot{\bar{s}} - R_\omega^2 \bar{s})e^{i\alpha_j}] / 2 = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ,$$

$$r_{n+1} = \bar{r}_{n+2} =$$

$$= \ddot{s} + 2iR_\omega \dot{s} - R_\omega^2 s + H(\dot{s} + iR_\omega s) + s - \sum_{j=1}^n e_j (\dot{\alpha}_j^2 + 2R_\omega \dot{\alpha}_j + R_\omega^2 - i\ddot{\alpha}_j) e^{i\alpha_j} = e_0 R_\omega^2; \quad (40)$$

- диференціальні рівняння руху для випадку однакових КВ:

$$r_j = \ddot{\alpha}_j + h \dot{\alpha}_j - i\tilde{R}_m [(\ddot{s} + 2iR_\omega \dot{s} - R_\omega^2 s)e^{-i\alpha_j} - (\ddot{\bar{s}} - 2iR_\omega \dot{\bar{s}} - R_\omega^2 \bar{s})e^{i\alpha_j}] = 0, \quad / j = \overline{1, n} / ,$$

$$r_{n+1} = \bar{r}_{n+2} =$$

$$= \ddot{s} + 2iR_\omega \dot{s} - R_\omega^2 s + H(\dot{s} + iR_\omega s) + s - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\dot{\alpha}_j^2 + 2R_\omega \dot{\alpha}_j + R_\omega^2 - i\ddot{\alpha}_j) e^{i\alpha_j} = e_0 R_\omega^2. \quad (41)$$

Аналізом диференціальних рівнянь у вигляді (40), (41) встановлено, що якщо балансувальної ємності АБП вистачає для зрівноваження ротора ( $e_0 < 1$ ), то система має  $(n-2)$  параметричну сім'ю основних рухів, у яких ротор зрівноважений і відсутнє відхилення вала від осі обертання

$$\psi = \sum_{j=1}^n e_j e^{i\tilde{\alpha}_j} + e_0 = 0, \quad \tilde{s} = \bar{\tilde{s}} = 0. \quad (42)$$

Також встановлено, що система має наступні усталені рухи, у яких КВ обертаються синхронно з ротором.

1) За відсутністю зовнішніх сил опору ( $H=0$ ), в залежності від дисбалансу, система має два види усталених рухів (рис. 14).

а) За наявності дисбалансу ( $e_0 \neq 0$ ) виникають рухи, у яких вектори дисбалансів КВ співнапрямлені, чи протилежно напрямлені вектору дисбалансу ротора. Рухи нумеруються за допомогою  $n$ -розрядного двійкового числа (і його десяткового еквівалента)

$$k = k_n \dots k_1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, (2^n - 1), \quad (43)$$

нулі у якому визначають, які КВ відхилені у важкий бік ротора, а одиниці – у легкий. Всього таких рухів до  $2^n$ , що залежить від того, однакові, чи різні КВ. При однакових КВ таких рухів  $(n+1)$ .

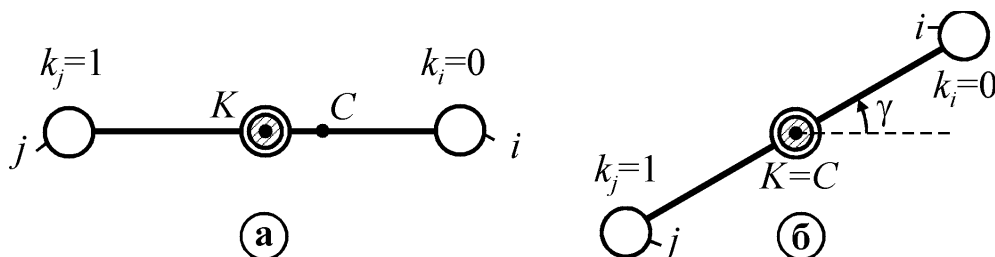


Рис. 14. До класифікації побічних рухів багатомаятникового (багатокульового) АБП за відсутності зовнішніх сил опору



б) За відсутності дисбалансу ( $e_0 = 0$ ) виникають рухи, у яких вектори дисбалансів всіх КВ знаходяться на одній лінії, яка утворює з вектором дисбалансу ротора кут  $\gamma(k) \in R$ , де  $k$  –  $n$ -розрядне двійкове число. Ці рухи, на відміну від попередніх – одопараметричні сім'ї кутів  $\gamma(k)$ . Всього таких сімей до  $2^{n-1}$ , що пояснюється довільністю кута  $\gamma(k)$ . При однакових КВ таких сімей  $n/2$  – для парних, і  $(n+1)/2$  – для непарних  $n$ .

Якщо ємності АБП вистачає для зрівноваження ротора, то всі рухи – побічні. Якщо – не вистачає, то рух  $k=(2^n-1)$  – основний, а решта – побічні. У русі  $k=(2^n-1)$  всі КВ відхилені у легкий бік ротора, але не можуть зрівноважити дисбаланс. Сумарний дисбаланс, який створюють КВ, визначається числом

$$e(k) = \sum_{j=1}^n (-1)^{k_j} e_j \quad (e(k) = -e(2^n - 1 - k)). \quad (44)$$

2) За наявністю зовнішніх сил опору ( $H \neq 0$ ) система має один вид усталених рухів – аналог рухів типу а) попереднього випадку (рис. 1.5).

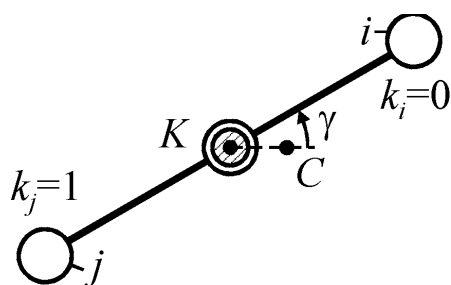


Рис. 15. До класифікації побічних рухів багатомаятникового (багатокульового) АБП за наявністю зовнішніх сил опору

В них вектори дисбалансів всіх КВ знаходяться на одній лінії, яка утворює з вектором дисбалансу ротора кут  $\gamma(R_\omega)$ . Якщо  $|e(k)| \leq e_0$ , то ці рухи існують при будь-якої швидкості обертання ротора. Якщо  $|e(k)| > e_0$ , то ці рухи існують на таких швидкостях обертання ротора

$$R_\omega \in (0, R_{\omega 1}^*] \cup [R_{\omega 2}^*, +\infty), \quad (45)$$

$$\text{де} \quad R_{\omega 1/2}^*(k) = \left[ \sqrt{4e_0^2 + H^2[e^2(k) - e_0^2]} \mp H\sqrt{e^2(k) - e_0^2} \right] / 2e_0. \quad (46)$$

Досліджена стійкість усталених рухів. Для основних рухів встановлено, що у випадках однакових внутрішніх (безрозмірних) сил в'язкого опору ( $h_j = h$ ,  $/j = \overline{1, n}/$ ), або за їх відсутністю ( $h_j = 0$ ,  $/j = \overline{1, n}/$ ) стійкість сімей основних рухів цілком визначається коренями характеристичного рівняння

$$\Delta(\lambda) = (a_{11}a_{33} - \tilde{R}_m a_{31}^2)(\bar{a}_{11}a_{33} - \tilde{R}_m \bar{a}_{31}^2) - \tilde{R}_m^2 a_{31}^2 \bar{a}_{31}^2 d^2 = 0, \quad (47)$$

$$\text{де} \quad a_{11} = (\lambda + iR_\omega)^2 + H(\lambda + iR_\omega) + 1, \quad a_{13} = (\lambda + iR_\omega)^2, \quad a_{33} = \lambda^2 + h\lambda; \quad (48)$$

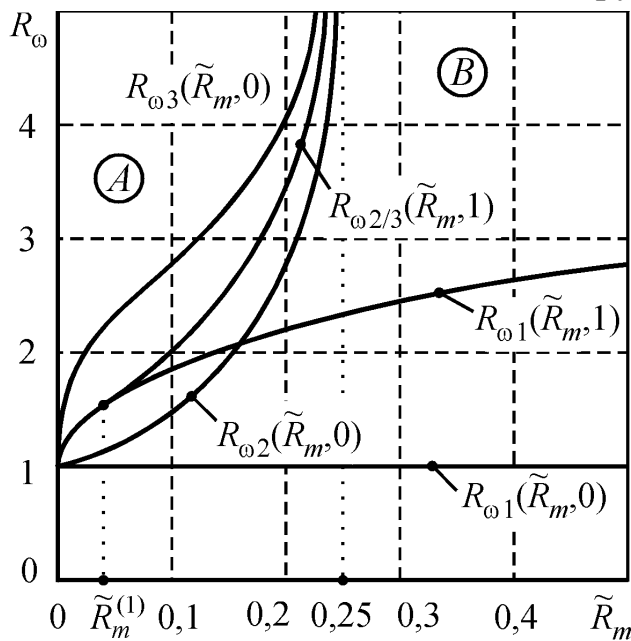
$$\tilde{R}_m = \frac{R_m b_{11}}{2} = \frac{1}{2M_\Sigma} \sum_{j=1}^n m_j^2 l_j^2 / J_j, \quad 0 < \tilde{R}_m < 0,5;$$

$$d^2 = \frac{\tilde{b}_{12}\tilde{b}_{12}}{b_{11}^2} = \left( \sum_{j=1}^n \frac{m_j^2 l_j^2 e^{2i\tilde{\alpha}_j}}{J_j} \right) \left( \sum_{j=1}^n \frac{m_j^2 l_j^2 e^{-2i\tilde{\alpha}_j}}{J_j} \right) / \left( \sum_{j=1}^n \frac{m_j^2 l_j^2}{J_j} \right)^2, \quad 0 \leq d \leq 1. \quad (49)$$

Його корені також визначають всі власні частоти коливань системи. Характеристичне рівняння явно не залежить від кількості КВ, а залежить від 5 безрозмірних параметрів, які на практиці мають такі межі зміни

$$0 \leq d \leq 1; \quad \tilde{R}_m = 0,0005 \div 0,05; \quad R_{\omega} = 1 \div 10000; \quad h = 0,0001 \div 10; \quad H = 0,0001 \div 1. \quad (50)$$

У безрозмірних змінних відкрита аналогія між багатомаятниковим (багатокульовим) АБП, двохкульовим (двохмаятниковим) АБП, і АБП із зв'язаними маятниками. У цих пристроїв подібні характеристичні рівняння, що визначають стійкість основних рухів. Завдяки подібності, для кульових і



**Рис. 16. Критичні швидкості багатокульових (багатомаятникових) АБП**

маятникових АБП, уперше встановлено, що за відсутністю сил опору система ротор-АБП має одну, чи три критичні швидкості, при переході через які стійкість сім'ї основних рухів змінюється на нестійкість і навпаки. Вони є функціями вигляду

$$R_{\omega j} = R_{\omega j}(\tilde{R}_m, \kappa), \quad \kappa = 1 - d^2, \quad i \in$$

монотонними відносно  $\kappa$  (рис. 16). Сім'я стійка над єдиною критичною швидкістю, або між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями. Сім'я основних рухів буде стійка незалежно від величини дисбалансу при обертанні ротора з швидкостями, більшими за  $R_{\omega 3}(\tilde{R}_m, 0)$ , яка визначається:

- для  $0 < \tilde{R}_m < 0,05$ :

$$R_{\omega 3}(\tilde{R}_m, 0) = 1 + 2\mu^{1/3} + 7\mu^{2/3}/3 + 29\mu/8 + \dots, \quad \mu = \tilde{R}_m/2; \quad (51)$$

- для  $0,05 \leq \tilde{R}_m < 0,25$ :

$$R_{\omega 3}(\tilde{R}_m, 0) = \frac{1}{8q^2} \left( 1 + 2q + \frac{11}{2}q^2 + \frac{37}{4}q^3 - \frac{155}{8}q^4 + \dots \right), \quad q = \frac{1}{2}(0,25 - \tilde{R}_m)^{1/2}. \quad (52)$$

Додатковими дослідженнями характеристичного рівняння (47), уперше встановлено наступне.

На кількість і перші складові розкладання критичних швидкостей не впливає поява невеликих сил в'язкого опору:  $H, h \sim \tilde{R}_m, \tilde{R}_m \ll 1$ .

При кінцевих силах в'язкого опору  $H, h \sim 1$  система має єдину критичну

швидкість, вище якої основний рух із сім'ї стає асимптотично стійким:

$$\tilde{R}_m / 2h^2 H < 1 : \quad R_{\omega 1} = 1 + \tilde{R}_m (2h + H)(1 - d^2) / 2h^2 H + \\ + \tilde{R}_m^2 (1 - d^2) [H(7H + 12h)(1 - d^2) - 4d^2 h(3H + 5h)] / 8h^4 H^2 . \quad (53)$$

Найменше і найбільше значення критичної швидкості

$$R_{\omega 1 \min} = 1, \quad R_{\omega 1 \max} = 1 + \tilde{R}_m (2h + H) / 2h^2 H + \tilde{R}_m^2 (7H + 12h) / 8h^4 H . \quad (54)$$

При обертанні ротора з швидкостями, що перевищують  $R_{\omega 1 \max}$ , незалежно від дисбалансу, будь-яка сім'я основних рухів буде асимптотично стійкою.

Корені характеристичного рівняння для найбільшої кількості випадків задаються такими наближеними формулами

$$\tilde{R}_m \ll 1; h \gg 1; \tilde{R}_m \ll 1, h \sim 1/\tilde{R}_m; \tilde{R}_m \ll 1, h \sim \sqrt{\tilde{R}_m}; \tilde{R}_m \ll 1, R_\omega \sim 1/\tilde{R}_m : \\ \lambda_{1/2} \approx -H/2 \pm i\sqrt{1 - (H/2)^2} - iR_\omega, \quad \lambda_{3/4} = \bar{\lambda}_{1/2},$$

$$\lambda_{5-8} \approx -h/2 \pm \left[ (h/2)^2 - \tilde{R}_m R_\omega^4 \left( R_\omega^2 - 1 \mp \sqrt{(R_\omega^2 - 1)^2 d^2 - H^2 R_\omega^2 (1 - d^2)} \right) / D(R_\omega) \right]^{1/2}. \quad (55)$$

$$\text{де} \quad D(x) = (1 - x^2)^2 + H^2 x^2, \quad (56)$$

і знаки  $\pm$ ,  $\mp$  при визначенні  $\lambda_{5-8}$  беруться у чотирьох різних комбінаціях. Дійсні частини коренів визначають швидкість згасання перехідних процесів в системі, а уявні частини – власні частоти коливань системи.

Досліджена стійкість побічних усталених рухів і основного руху у випадку, коли ємності КВ не вистачає для зрівноваження ротора.

У випадку однакових КВ умови стійкості побічних рухів, у яких КВ синхронно обертаються з ротором і основного руху у випадку великих дисбалансів наступні:

- побічний рух  $k = 0$  (всі КВ відхилені у важкий бік ротора) може бути стійкий тільки на дорезонансних швидкостях обертання ротора ( $R_\omega < 1$ ), але за умови існування, а на зарезонансних швидкостях - нестійкий;
- решта стаціонарних побічних рухів завжди нестійка;
- основний рух  $k = 2^n - 1$ ,  $e_0 > 1$  (всі КВ відхилені у легкий бік ротора і не можуть зрівноважити дисбаланс) стійкий на зарезонансних швидкостях обертання ротора принаймні у випадках, коли ефективна маса КВ набагато менша маси ротора ( $R_m \ll 1$ ) або коли ротор швидко обертається ( $R_\omega \gg 1$ ).

Аналізом диференціальних рівнянь (39) (випадок однакових КВ) встановлено існування однопараметричних сімей періодичних побічних усталених рухів, які виникають за відсутністю дисбалансів. В них всі КВ відхилені у один бік, обертаються відносно землі із сталою кутовою швидкістю  $\Omega$  і відстають від ротора:

$$\varphi_j = \Omega\tau + \gamma, \quad / j = \overline{1, n} / , \quad z = \Omega^2 e^{i(\Omega\tau + \gamma)} / (1 - \Omega^2 + 2iH\Omega). \quad (57)$$

Тут  $\gamma$  - параметр, і швидкість  $\Omega$  є коренем алгебраїчного рівняння

$$P(\Omega) = 2R_{mH}\Omega^5 - (R_\omega - \Omega)[(1 - \Omega^2)^2 + H^2\Omega^2] = 0, \quad R_{mH} = \tilde{R}_m H / h. \quad (58)$$

Встановлено, що у рівняння (58) один чи три дійсних кореня, причому:

$$\begin{aligned} \forall R_\omega \in (0, R_{\omega 1}^*) & \exists! \Omega_1 : 0 < \Omega_1 < 1; \\ \forall R_\omega \in (R_{\omega 1}^*, R_\omega^*) & \exists \Omega_{1,2,3} : 0 < \Omega_1 < 1 < \Omega_2 < \Omega_3 < R_\omega; \\ \forall R_\omega \in (R_\omega^*, R_{\omega 2}^*) & \exists \Omega_{1,2,3} : 1 < \Omega_1 < \Omega_2 \ll \Omega_3 < R_\omega; \\ \forall R_\omega \in (R_{\omega 2}^*, \infty) & \exists! \Omega_3 : 1 < \Omega_3 < R_\omega, \end{aligned} \quad (59)$$

де 
$$R_\omega^* = 1 + 2R_{mH} / H^2,$$

$$H, R_{mH} \sim \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1: \quad R_{\omega 1}^* \approx 1 + 3\sqrt[3]{R_{mH}} / 2, \quad R_{\omega 2}^* \approx 1 + 2R_{mH} / H^2 + 9R_{mH} / 8. \quad (60)$$

При появі невеликих дисбалансів ці сім'ї породжують однопараметричні сім'ї квазіперіодичних рухів, у яких повздовжня вісь ротора рухається по гіпоциклоїді, що утворена прямою прецесією з частотою обертання КВ, і прямою нутацією, з частотою обертання ротора:

$$\begin{aligned} \varphi_j & \approx \Omega\tau + \gamma, \quad / j = \overline{1, n} / , \\ z & \approx \Omega^2 e^{i(\Omega\tau + \gamma)} / (1 - \Omega^2 + 2iH\Omega) + e_0 R_\omega^2 e^{iR_\omega\tau} / (1 - R_\omega^2 + 2iHR_\omega). \end{aligned} \quad (61)$$

Аналізом стійкості породжуваних рухів встановлено, що

- серед усіх сімей квазіперіодичних рухів стійкими можуть бути рухи тільки тієї сім'ї, у якій КВ обертаються відносно землі із швидкістю, меншою за резонансну ( $\Omega < 1$ ), а решта квазіперіодичних рухів нестійка;
- принаймні у випадках, коли:  $R_\omega \ll 1$ ;  $h, H, \tilde{R}_m \sim \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1$ ;  $H \ll 1$ ;  $h \ll 1$  ця сім'я стійка у області власного існування  $R_\omega \in (0, R_\omega^*)$ ;
- області стійкості квазіперіодичних і основних рухів можуть перетинатися, у зв'язку з чим необхідною умовою настання автобалансування є обертання ротора із швидкостями, більшими за  $R_\omega^*$ .

Досліджений вигляд стійких квазіперіодичних рухів. Встановлено, що:

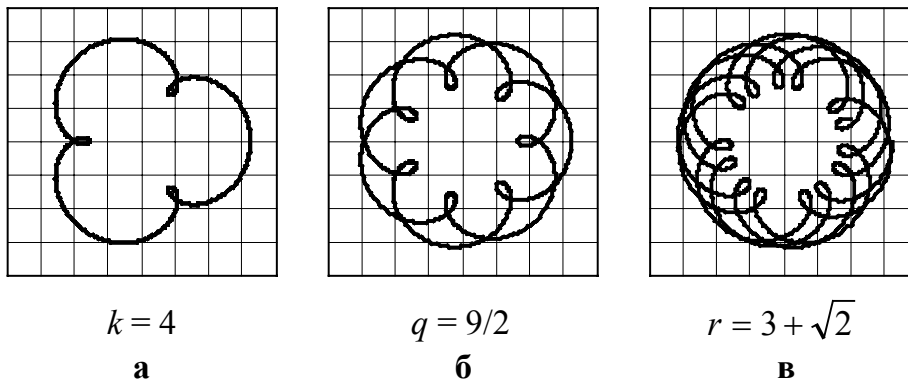
1) повздовжня вісь ротора рухається по гіпоциклоїді, що є сумою двох рухів – повільної прецесії і швидкої нутації відповідно з кутовими швидкостями  $\Omega$  і  $R_\omega$  та амплітудами  $A_n = \Omega^2 / \sqrt{D(\Omega)}$  і  $A_n = R_\omega^2 e_0 / \sqrt{D(R_\omega)}$ ;

2) якщо частота нутації у ціле число  $k = R_\omega / \Omega, \quad k \in N$  перевищує частоту прецесії, то рух періодичний з періодом  $T^* = 2\pi / \Omega$ , гіпоциклоїда замкнена і має  $(k-1)$  пелюсток (рис. 17, а); якщо частота нутації у раціональне число  $q = n / m = R_\omega / \Omega, \quad n, m \in N$  ( $n$  не ділиться на  $m$ ) перевищує частоту прецесії, то рух періодичний з періодом  $T^* = 2\pi m / \Omega$ , гіпоциклоїда замкнена, має  $(n-m)$  пелюсток, які замикаються, охопивши центр  $m$  разів

(рис. 17, б); якщо частота нутації у ірраціональне число разів  $r = R_{\omega} / \Omega$ ,  $r \in N/Q$  перевищує частоту прецесії, то рух квазіперіодичний і гіпоциклоїда розімкнена (рис. 17, в);

3) при однаковому співвідношенні між частотою прецесії і нутації ( $k = \text{const}$ ) при малих дисбалансах гіпоциклоїди укорочені, при зростанні дисбалансу стають нормальними, а потім – подовженими;

4) при фіксованому дисбалансі ( $e_0 = \text{const}$ ) із зростанням кутової швидкості обертання ротора гіпоциклоїди із скорочених прямують до нормальних, із нормальних – до подовжених, а із подовжених стають ще більш подовженими, при цьому гіпоциклоїди скорочені, якщо  $A_{\Pi} \Omega / A_{\text{H}} R_{\omega} > 1$ , нормальні, якщо  $A_{\Pi} \Omega / A_{\text{H}} R_{\omega} = 1$ , і подовжені, якщо  $A_{\Pi} \Omega / A_{\text{H}} R_{\omega} < 1$ ;



**Рис. 17. Гіпоциклоїди – залежність від відношення частоти нутації до частоти прецесії  $k = R_{\omega} / \Omega$**

5) при зростанні кутової швидкості обертання ротора  $R_{\omega}$  амплітуди прецесії і нутації швидко прямують до своїх верхніх граничних значень  $A_{\Pi} \rightarrow 1/H$ ,  $A_{\text{H}} \rightarrow e_0$ , і тому абсолютний розмах сумарних коливань майже незмінний і приблизно складає

$$A = \sqrt{A_{\Pi}^2 + A_{\text{H}}^2} \approx \sqrt{1/H^2 + e_0^2}; \quad (62)$$

Експериментальними дослідженнями на стендах уперше встановлені наступні найбільш істотні результати.

а) Дослідженнями на універсальному стенді кульових АБП з парною і непарною кількістю однакових і різних куль при статичному зрівноваженні вертикально розташованого ротора на ізотропних опорах встановлено, що на режими руху системи істотно впливають сили в'язкого опору, що діють на кулі і дисбаланс, а саме:

1) при скінчених силах опору, незалежно від дисбалансу, у системи ротор-АБП одна критична швидкість, дещо більша за резонансну частоту, при перевищенні якої настає автобалансування (рис. 18), і воно зберігається на вибігу ротора іноді до швидкостей, менших за резонансну частоту;

2) при малих силах опору:

- якщо ємності АБП вистачає для зрівноваження ротора, то система ротор-АБП здійснює квазіперіодичний рух, у якому кулі обертаються відносно землі майже із сталою кутовою швидкістю, яка майже дорівнює резонансній частоті (відстають від ротора), а повздовжня вісь ротора рухається по гіпоциклоїді (рис. 19), яка є сумою прямої прецесії з цією частотою і прямої нутації з частотою обертання ротора;

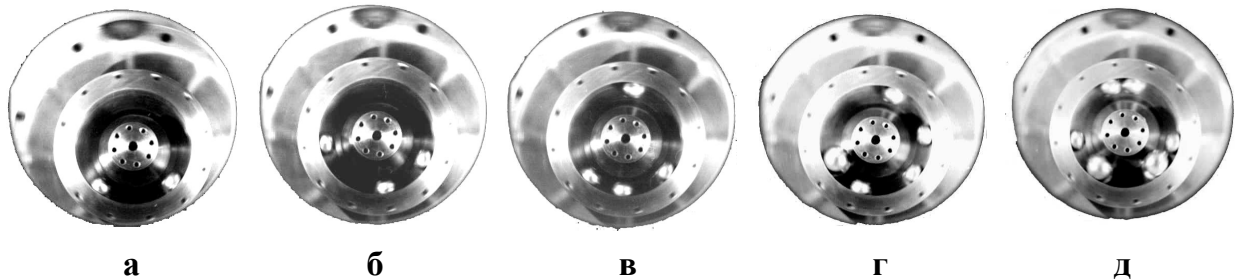


Рис. 18. Фотографії зрівноваження ротора кульовими АБП

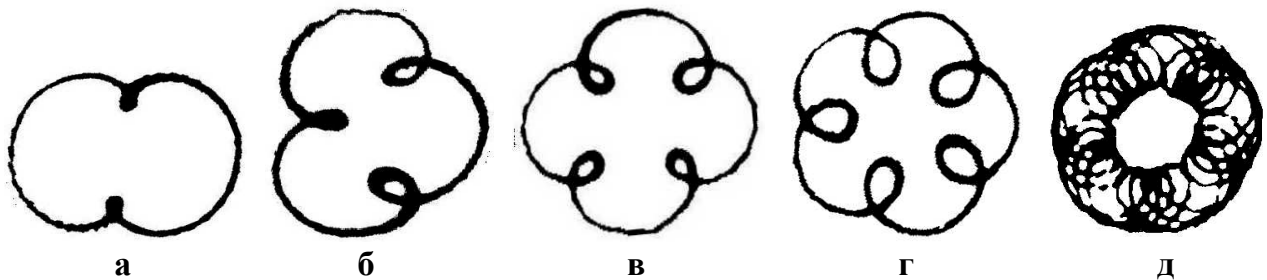


Рис. 19. Гіпоциклоїди – фотографії слідів лазерного променя на екрані ( $S=0,7$ )

- якщо ємності АБП вистачає для зрівноваження ротора, то автобалансування може настати за умови примусового розгону куль до швидкості обертання ротора (рис. 18);
- при цьому у системи існують одна чи три критичні швидкості, що залежить від дисбалансу, причому у випадку однієї критичної швидкості вона у 1,4 рази перевищує резонансну частоту, а у випадку трьох критичних швидкостей перша - майже дорівнює резонансній частоті, друга – у 1,1 разів перевищує резонансну частоту, а третя - перевищує резонансну частоту у 1,6 рази, і автобалансування настає на швидкостях, які перевищують єдину критичну, або між першою і другою, та над третьою критичними швидкостями;
- якщо ємності АБП не вистачає для зрівноваження ротора, то з часом настає автобалансування, яке на вибігу ротора зберігається до деякої критичної швидкості, яка у  $1,2 \div 1,8$  разів перевищує резонансну частоту;

б) дослідженнями на стенді ротора з нерухомою віссю динаміки кульового АБП уперше встановлено, що рух системи істотно залежить від дисбалансу і сил в'язкого опору, що діють на кулі, причому:

- 1) майже при відсутності сил опору, незалежно від дисбалансу, кулі знаходяться у нижній частині бігової доріжки і не можуть розігнатися;
- 2) при малих силах опору і дисбалансах, які можуть зрівноважити кулі,

спостерігається квазіперіодичний рух, при якому кулі відстають від ротора і обертаються відносно землі із швидкістю, яка майже дорівнює резонансній частоті, а повздовжня вісь ротора коливається навколо нерухомої осі з двома частотами - з цією частотою і частотою обертання ротора;

3) при малих силах опору і дисбалансах, які можуть зрівноважити кулі, якщо примусово розігнати кулі, настає автобалансування, яке зберігається на вибігу ротора до досягнення певної критичної швидкості, що перевищує резонансну частоту у 4÷5 рази, після чого кулі втрачають швидкість і до повної зупинки ротора знаходяться у нижній частині бігової доріжки;

4) при малих силах опору і дисбалансах, які не можуть зрівноважити кулі, з часом настає автобалансування, яке зберігається як і у п.п.3;

5) при скінчених силах опору, незалежно від дисбалансу, автобалансування відбувається на швидкостях, які дещо перевищують резонансну і зберігаються при падінні швидкості обертання ротора іноді до швидкостей, дещо менших за резонансну.

У шостому розділі у рамках моделі ротора на ізотропних опорах, який рухається плоскопаралельно, досліджена динаміка АБП, у якому КВ обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора. Динаміка створеної моделі АБП досліджена на універсальному стенді. Теоретико-експериментальні дослідження проводилися за методами розділу 4.

КВ має масо-інерційні характеристики, що задовольняють умові (1), (2). Він має відносно ротора два степені вільності: може повертатися на кут  $\psi$  навколо осі вала ротора; і на кут  $\phi$  навколо осі, перпендикулярній валові (рис. 20). При поворотах КВ навколо власних осей обертання виникають моменти в'язкого опору  $-H_1\dot{\phi}$ ,  $-H_2\dot{\psi}$ , де  $H_1, H_2$  - коефіцієнти в'язкого тертя.

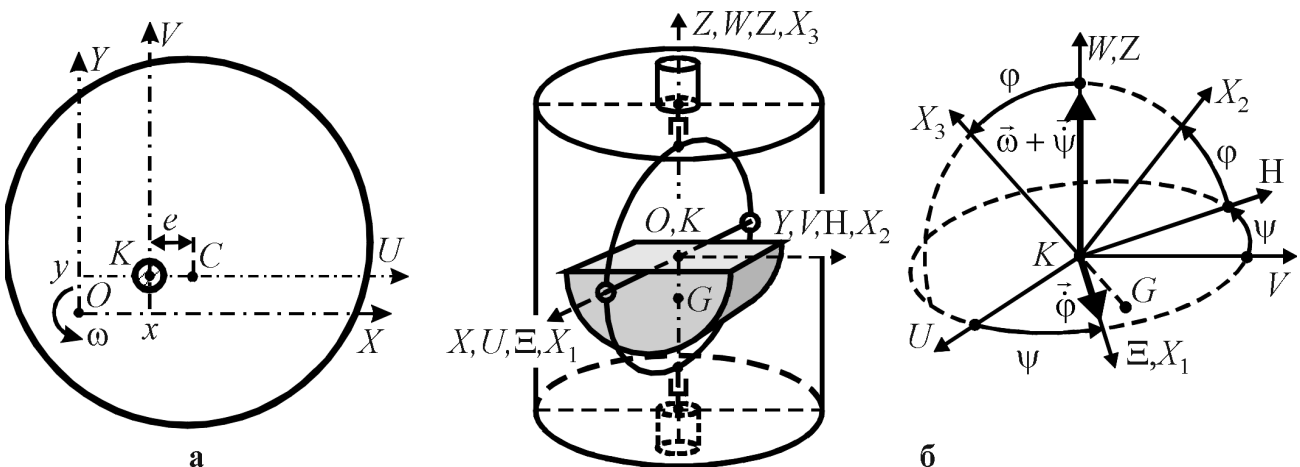


Рис. 20. Моделі: а - ротора; б - АБП, в якому КВ обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора

Ротор розташований вертикально і його утримують ізотропні в'язкопружні опори. Для опису руху ротора використовуємо дві прямокутні декартові системи координат. Осі  $OXYZ$  обертаються разом з ротором із сталою швидкістю  $\omega$ , причому вісь  $Z$  збігається з віссю обертання, і точка  $O$  знаходиться на

рівні точки підвісу КВ. Осі  $KUVW$  жорстко зв'язані з ротором і рівнобіжні осям  $OXYZ$ , причому вісь  $w$  збігається з віссю вала ротора, і при відсутності відхилення вала від осі обертання точки  $K$  і  $O$  співпадають. Відносно осей  $KUVW$  центр мас ротора має координати  $(e, 0, 0)^T$ , де  $e$  – ексцентриситет.

У процесі руху вал відхиляється від осі обертання на  $\mathbf{r}=\mathbf{OK}$  і на нього починають діяти оновлююча сила  $-cr$  і сила в'язкого опору  $-H_3\mathbf{v}$ , де  $c$  – жорсткість,  $H_3$  – коефіцієнт в'язкого опору опор,  $\mathbf{v}=\mathbf{dr}/dt$  – абсолютна швидкість осі вала ротора (точки  $K$ ). Для опису руху КВ використовуємо осі  $K\Xi HZ$ , що виходять із точки підвісу КВ і одержуються з осей  $KUVW$ , після першого повороту КВ навколо осі  $w$  на кут  $\psi$ . Осі  $KX_1X_2X_3$  жорстко зв'язані з КВ і одержуються з осей  $K\Xi HZ$  поворотом навколо осі  $\Xi=X_1$  на кут  $\varphi$ .

Диференціальні рівняння руху у комплексному вигляді мають вигляд

$$\begin{aligned} r_1 &= \ddot{\phi} + h_1\dot{\phi} + R_g^2 \sin \varphi - \{[(\ddot{s} + 2iR_\omega\dot{s} - R_\omega^2 s)e^{-i\psi} - (\ddot{\bar{s}} + 2iR_\omega\dot{\bar{s}} - R_\omega^2 \bar{s})e^{i\psi}] \cos \varphi\} / 2 = 0, \\ r_2 &= (\ddot{\beta} + h_2\dot{\beta})R_p^2 - \{[(\ddot{s} + 2iR_\omega\dot{s} - R_\omega^2 s)e^{-i\psi} + (\ddot{\bar{s}} + 2iR_\omega\dot{\bar{s}} - R_\omega^2 \bar{s})e^{i\psi}] \sin \varphi\} / 2 = 0, \\ r_3 &= \bar{r}_4 = \ddot{s} + 2iR_\omega\dot{s} - R_\omega^2 s + H(\dot{s} + iR_\omega s) + s - \\ &- R_m \langle \{(2(\dot{\psi} + R_\omega)\dot{\phi} - i\ddot{\phi}) \cos \varphi + [\ddot{\psi} + i(\dot{\phi}^2 + (\dot{\psi} + R_\omega)^2)] \sin \varphi\} e^{i\psi} + R_\omega^2 e_0 \rangle = 0, \end{aligned} \quad (63)$$

де введені такі параметри, безрозмірні змінні і час, і безрозмірні параметри:

$$\omega_0 = \sqrt{c/M_\Sigma}, \quad \rho_1 = \sqrt{A/m}, \quad \rho_2 = \sqrt{B/m}; \quad (64)$$

$$s = \xi + i\eta, \quad \xi = xl/\rho_1^2, \quad \eta = yl/\rho_1^2, \quad \tau = \omega_0 t \quad (d \cdot / dt = \omega_0 d \cdot / d\tau); \quad (65)$$

$$R_m = ml^2/M_\Sigma \rho_1^2, \quad R_\omega = \omega/\omega_0, \quad R_g^2 = gl/\rho_1^2 \omega_0^2, \quad R_p = \rho_2/\rho_1,$$

$$h_{1/2} = H_{1/2}/m\rho_{1/2}^2 \omega_0, \quad H = H_3/M_\Sigma \omega_0, \quad e_0 = Me/ml. \quad (66)$$

Диференціальні рівняння руху у нерухомій системі координат

$$\begin{aligned} p_1 &= \ddot{\phi} + h_1\dot{\phi} + R_g^2 \sin \varphi - i(\ddot{z}e^{-i\alpha} - \ddot{\bar{z}}e^{i\alpha}) \cos \varphi / 2 = 0, \\ p_2 &= [\ddot{\alpha} + h_2(\dot{\alpha} - R_\omega)]R_p^2 - (\ddot{z}e^{-i\alpha} + \ddot{\bar{z}}e^{i\alpha}) \sin \varphi / 2 = 0, \\ p_3 &= \ddot{z} + H\dot{z} + z - R_m \langle \{(2\dot{\alpha}\dot{\phi} - i\ddot{\phi}) \cos \varphi + [\ddot{\alpha} + i(\dot{\phi}^2 + \dot{\alpha}^2)] \sin \varphi\} e^{i\alpha} + R_\omega^2 e_0 e^{iR_\omega \tau} \rangle = 0, \\ p_4 &= \bar{p}_3. \end{aligned} \quad (67)$$

де нові координати  $z = se^{iR_\omega t}, \quad \alpha = \beta + R_\omega \tau. \quad (68)$

Диференціальні рівняння руху у системі координат, що обертається із сталою кутовою швидкістю  $\Omega$ :

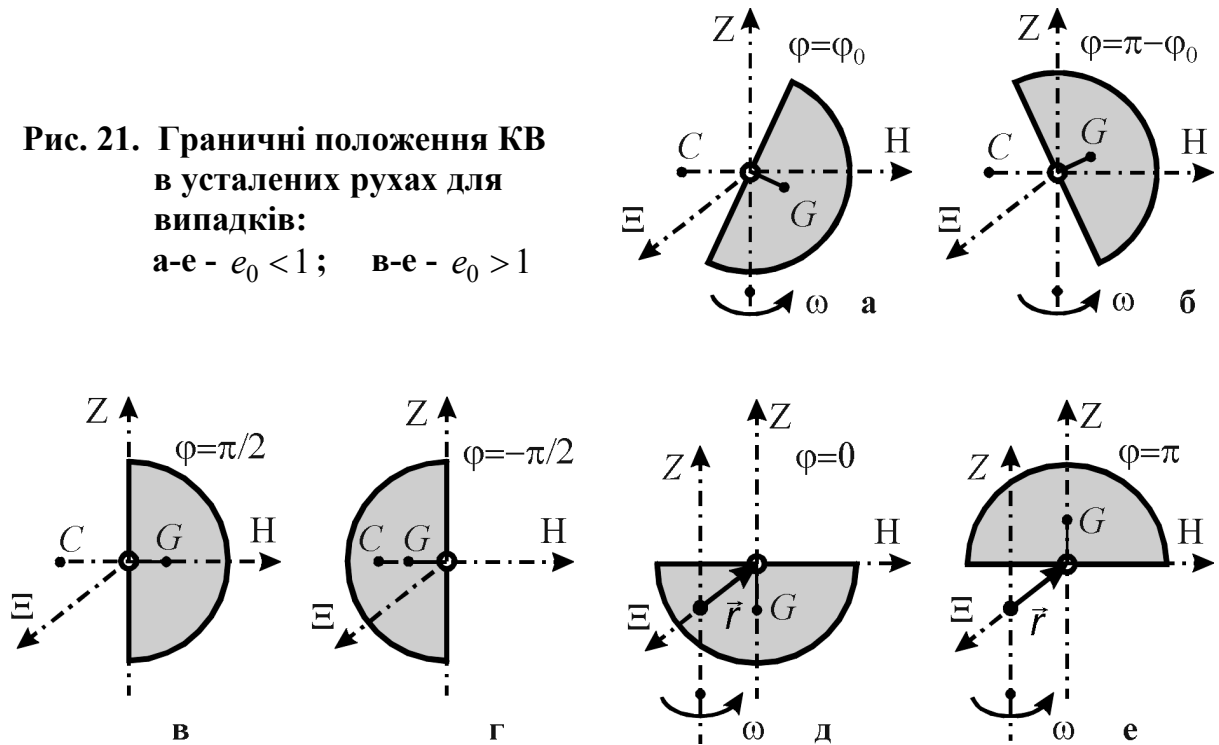
$$\begin{aligned} q_1 &= \ddot{\phi} + h_1\dot{\phi} + R_g^2 \sin \varphi - i\{[(\ddot{q} + 2i\Omega\dot{q} - \Omega^2 q)e^{-i\beta} - (\ddot{\bar{q}} + 2i\Omega\dot{\bar{q}} - \Omega^2 \bar{q})e^{i\beta}] \cos \varphi\} / 2 = 0, \\ q_2 &= [\ddot{\beta} + h_2(\dot{\beta} + \Omega - R_\omega)]R_p^2 - \frac{1}{2}[(\ddot{q} + 2i\Omega\dot{q} - \Omega^2 q)e^{-i\beta} + (\ddot{\bar{q}} + 2i\Omega\dot{\bar{q}} - \Omega^2 \bar{q})e^{i\beta}] \sin \varphi = 0, \\ q_3 &= \bar{q}_4 = \ddot{q} + 2i\Omega\dot{q} - \Omega^2 q + H(\dot{q} + i\Omega q) + q - \\ &- R_m \langle \{(2(\dot{\beta} + \Omega)\dot{\phi} - i\ddot{\phi}) \cos \varphi + [\ddot{\beta} + i(\dot{\phi}^2 + (\dot{\beta} + \Omega)^2)] \sin \varphi\} e^{i\alpha} + R_\omega^2 e_0 e^{i(R_\omega - \Omega)\tau} \rangle = 0. \end{aligned} \quad (69)$$



де нові координати  $\alpha = \Omega\tau + \beta$ ,  $z = qe^{i\Omega\tau}$ . (70)

Із застосуванням диференціальних рівнянь (63) досліджена кількість і умови існування усталених рухів системи, у яких КВ обертаються синхронно з ротором. Їх запропоновано відрізнати за положеннями, які КВ займають відносно ротора при неврахуванні сил опору і сил ваги (рис. 21). Для інших випадків це – граничні положення, до яких КВ прямують при необмеженому зростанні кутової швидкості обертання ротора. Встановлене наступне.

**Рис. 21. Граничні положення КВ в усталених рухах для випадків:**  
а-е -  $e_0 < 1$ ; в-е -  $e_0 > 1$



У випадку дисбалансів, які може зрівноважити АБП, система має до шести істотно відмінних усталених рухів – два основних, у яких ротор найбільше зрівноважений і чотири побічних, в яких ротор розбалансований (рис. 21, а-е). В першому – основному русі центр мас КВ нижче (рис. 21, а), а в другому - вище (рис. 21, б) точки підвісу. Побічні рухи діляться на дві групи: у першій – КВ найбільше відхилений у легкий (рис. 21, в) чи важкий (рис. 21, г) бік ротора; у другій – центр мас КВ на поздовжній осі ротора під (рис. 21, д) чи над (рис. 21, е) точкою підвісу. Побічні рухи другої групи існують завжди, а на області існування решти усталених рухів впливають сили зовнішнього опору, сили ваги, швидкість обертання ротора.

У випадку дисбалансів, які не може зрівноважити АБП, система має один основний (рис. 21, в) і три побічних усталених рухи (рис. 21, г-е).

Необхідною умовою настання автобалансування є стійкість на робочому інтервалі кутових швидкостей обертання ротора принаймні одного основного руху і нестійкість, або не існування побічних.

Аналітично рівняння усталених рухів мають такий розв'язок.

Для побічних рухів другої групи

$$\tilde{\varphi}_1 = 0, \quad \tilde{\varphi}_2 = \pi, \quad \tilde{\xi} = -R_m R_\omega^2 e_0 (R_\omega^2 - 1) / D(R_\omega), \quad \tilde{\eta} = -R_m R_\omega^2 e_0 H R_\omega / D(R_\omega),$$

$$\tilde{r} = \sqrt{\tilde{\xi}^2 + \tilde{\eta}^2} = R_m R_\omega^2 e_0 / \sqrt{D(R_\omega)}, \quad \text{tg } \tilde{\psi} = HR_\omega / (R_\omega^2 - 1), \quad (71)$$

де  $D(R_\omega)$  з (56).

Для основних і побічних рухів першої групи розв'язок рівнянь усталених рухів у параметричному вигляді має вигляд

$$\text{tg } \tilde{\psi} = - \left( R_\omega^2 - 1 + R_m R_\omega^4 u / R_g^2 \right) / HR_\omega, \\ \tilde{\xi} = -R_m R_\omega^2 e_0 \left( R_\omega^2 - 1 + R_m R_\omega^4 u / R_g^2 \right) / F(R_\omega, u), \quad \tilde{\eta} = -R_m R_\omega^2 e_0 HR_\omega / F(R_\omega, u), \quad (72)$$

де  $u = \cos \tilde{\phi}$  - параметр,

$$F(R_\omega, u) = \left( R_\omega^2 - 1 + R_m R_\omega^4 u / R_g^2 \right)^2 + H^2 R_\omega^2, \quad (73)$$

і  $u$  є коренем рівняння

$$P(u) = R_m^2 R_\omega^8 u^4 + 2R_m R_g^2 R_\omega^4 (R_\omega^2 - 1) u^3 + \{ [(R_\omega^2 - 1)^2 + H^2 R_\omega^2] R_g^4 - R_m^2 R_\omega^8 (1 - e_0^2) \} u^2 - \\ - 2R_m R_g^2 R_\omega^4 (R_\omega^2 - 1) u - [(R_\omega^2 - 1)^2 + H^2 R_\omega^2] R_g^4 = 0. \quad (74)$$

Відхилення вала від осі обертання при працюючому і непрацюючому АБП визначається відповідно формулами

$$\tilde{r} = \sqrt{\tilde{\xi}^2 + \tilde{\eta}^2} = R_m R_\omega^2 e_0 / \sqrt{F(R_\omega, u)}, \quad \tilde{r}_0 = \sqrt{\tilde{\xi}^2 + \tilde{\eta}^2} = R_m R_\omega^2 e_0 / \sqrt{D(R_\omega)}. \quad (75)$$

Ефективність зрівноваження ротора АБП характеризується величиною

$$n = \tilde{r} / \tilde{r}_0 = \sqrt{D(R_\omega) / F(R_\omega, u)}. \quad (76)$$

Показано, що ця формула придатна для оцінки ефективності зрівноваження вертикально розташованого ротора і іншими неklasичними АБП (рис. 2).

Досліджена стійкість стаціонарних усталених рухів. Встановлено, що побічні рухи другої групи завжди нестійкі. Стійкість решти усталених рухів визначається характеристичним рівнянням

$$\Delta(\lambda) = a_{11} \bar{a}_{11} a_{33} a_{44} - R_m (a_{33} + a_{44}) (a_{11} \bar{a}_{13}^2 + \bar{a}_{11} a_{13}^2) / 2 + R_m^2 a_{13}^2 \bar{a}_{13}^2 = 0, \quad (77)$$

де

$$a_{11} = (\lambda + iR_\omega)^2 + H(\lambda + iR_\omega) + 1, \quad a_{13} = (\lambda + iR_\omega)^2,$$

$$a_{33} = \left[ (\lambda^2 + h_2 \lambda) R_p^2 + R_g^2 \frac{1 - u^2}{u} \right] \frac{1}{1 - u^2}, \quad a_{44} = \left( \lambda^2 + h_1 \lambda + \frac{R_g^2}{u} \right) \frac{1}{1 - u^2}. \quad (78)$$

Його аналізом встановлено наступне.

а) У випадку, коли маса КВ набагато менша маси ротора ( $R_m \ll 1$ ), корені характеристичного рівняння наближено визначаються розкладаннями

$$R_m \ll 1: \quad \lambda_0^{(1/2)} \approx -H/2 \pm i\sqrt{1 - (H/2)^2} - iR_\omega, \quad \bar{\lambda}_0^{(3/4)} = \lambda_0^{(1/2)},$$

$$\lambda_0^{(5/6)} \approx -\frac{h_1}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{h_1}{2} \right)^2 - \frac{R_g^2}{u}}, \quad \lambda_0^{(7/8)} \approx -\frac{h_2}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{h_2}{2} \right)^2 - \frac{R_g^2 (1 - u^2)}{R_p^2 u}}. \quad (79)$$

Автобалансування відбувається на резонансних швидкостях обертання

ротора ( $R_\omega > 1$ ), причому при дисбалансах, які може зрівноважити пристрій ( $e_0 < 1$ ), асимптотично стійким є основний рух, у якому центр мас КВ нижче точки підвісу, а решта рухів - нестійка.

б) Автобалансування відбувається і у випадку ротора, який швидко обертається ( $R_\omega \gg 1$ ), причому, якщо ємності АБП вистачає для зрівноваження ротора ( $e_0 < 1$ ), стійкими є два основних усталених рухи, а решта є нестійкими. Наближені розкладання для визначення перших чотирьох коренів характеристичного рівняння не зміняться. Розкладання решти коренів для основних рухів мають такий вигляд.

Для рухів  $\varphi_1, \varphi_2$ ,  $e_0 < 1$  при  $R_m \sim 1/R_\omega^2$ ,  $R_\omega \gg 1$

$$\lambda_{5/6} \approx -h_1/2 \pm [(h_1/2)^2 - u^2(R_m R_\omega^2 + R_g^2/u^3)]^{1/2},$$

$$\lambda_{7/8} \approx -h_2/2 \pm [(h_2/2)^2 - (1-u^2)(R_m R_\omega^2 + R_g^2/u)/R_p^2]^{1/2}. \quad (80)$$

У другого основного руху, у якому центр мас КВ над точкою підвісу, існує власна критична швидкість

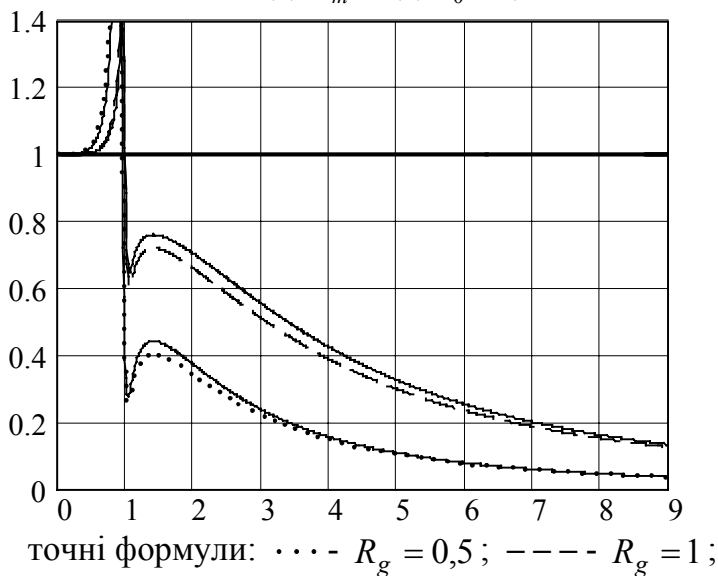
$$R_{\omega 1}^* \approx R_g / R_m^2 (1 - e_0^2)^{3/4}, \quad (81)$$

при перевищенні якої рух стає стійким.

Для руху  $\tilde{\varphi}_1$ ,  $e_0 > 1$  при  $R_m \sim 1/R_\omega^2$ ,  $R_\omega \gg 1$

$$\lambda_{5/6} \approx -\frac{h_1}{2} \pm iR_\omega \sqrt{R_m(e_0 - 1)}, \quad \lambda_{7/8} \approx -\frac{h_2 R_p^2 + HR_m}{2(R_p^2 - R_m)} \pm iR_\omega \sqrt{\frac{R_m e_0}{R_p^2 - R_m}}. \quad (82)$$

$$H = 0,1; R_m = 0,1; e_0 = 0,6$$



точні формули: ····  $R_g = 0,5$ ; - - - -  $R_g = 1$ ;

наблизені формули —

**Рис. 22. Перевірка наблизеної формули:**  
 $n = n(R_\omega)$  при різних  $R_g$

За результатами досліджень запропонована наблизена формула для оцінки ефективності зрівноваження ротора АБП

$$n \approx \sqrt{\frac{D(R_\omega)}{F(R_\omega, \sqrt{1 - e_0^2})}}. \quad (83)$$

Досліджена ефективність зрівноваження ротора. На рис. 22 графіки ефективності побудовані за точними і наблизеними формулам. Числові дослідження показують придатність наблизеної формули на всьому діапазоні кутових

швидкостей обертання ротора.

Також дослідження показали, що на дорезонансних швидкостях обертання ротора, крім навколорезонансних, пристрій збільшує відхилення вала від осі обертання, а на зарезонансних – зменшує. Повному зрівноваженню дисбалансу заважають сили ваги, але їх вплив зменшується із зростанням кутової швидкості обертання ротора. При великій чутливості КВ до сил ваги ( $R_g \sim 1$ ) останні помітно долаються на швидкостях, що у п'ять і більше разів перевищують резонансну частоту обертання ротора.

Аналізом диференціальних рівнянь руху у вигляді (69) встановлено існування однопараметричних сімей періодичних побічних усталених рухів, які виникають за відсутністю дисбалансів ( $e_0 = 0$ ). В них КВ відхилений на сталий кут  $\varphi$ , обертається відносно землі із сталою кутовою швидкістю  $\Omega$  і відстає від ротора. Аналітично цей розв'язок має вигляд

$$\alpha = \Omega\tau + \gamma, \quad z_0 = iR_m a(\Omega) \sin \varphi e^{i(\Omega\tau + \gamma)}, \quad (84)$$

де  $\gamma$  - параметр,  $a(\omega) = \omega^2 / (1 + iH\omega - \omega^2)$ , і  $\Omega$  є дійсним коренем системи алгебраїчних рівнянь

$$[\Omega^4 (\Omega^2 - 1) \cos \varphi + R_{gm} D(\Omega)] \sin \varphi = 0, \quad R_{mH} \Omega^5 \sin^2 \varphi - D(\Omega)(R_\omega - \Omega) = 0, \quad (85)$$

де

$$R_{gm} = R_g^2 / R_m, \quad R_{mH} = R_m H / h_2 R_p^2. \quad (86)$$

При появі невеликих дисбалансів ці сім'ї породжують однопараметричні сім'ї квазіперіодичні рухів

$$\alpha \approx \Omega\tau + \gamma, \quad z \approx R_m e_0 a(R_\omega) e^{iR_\omega \tau} + iR_m a(\Omega) \sin \varphi e^{i(\Omega\tau + \gamma)}. \quad (87)$$

В них КВ обертаються відносно землі майже із сталою кутовою швидкістю  $\Omega$  і відстають від ротора, а повздовжня вісь ротора рухається по гіпоциклоїді, яка є сумою прямої прецесії з цією частотою і прямої нутації з частотою обертання ротора  $R_\omega$ . Встановлена кількість, умови зародження і зникнення сімей квазіперіодичних рухів при врахуванні і нехтуванні силами ваги.

При нехтуванні силами ваги ( $R_{gm} = 0$ ) спостерігається подібність між розглядуваним і багатокуюльовим (багатомаятниковим) АБП, а саме у пристроїв існують три сім'ї квазіперіодичних рухів, які подібні. У безрозмірних параметрах у цих сімей однакові умови зародження, зникнення і стійкості (див. (59), (60)). Крім цих сімей існують ще дві:

$$\Omega_{1,2} = 1, \quad \varphi_1 = \arcsin \sqrt{H^2 (R_\omega - 1) / R_{mH}}, \quad \varphi_2 = \pi - \varphi_1. \quad (88)$$

Але ці рухи завжди нестійкі. Встановлено, що необхідною умовою настання автобалансування є обертання ротора із швидкостями, більшими за  $R_\omega^*$  з (60).

При врахуванні сил ваги розглянутий випадок, коли  $H, R_{mH} \sim \varepsilon, \varepsilon \ll 1$ . Встановлено, що існують наступні критичні швидкості, які визначають зародження і зникнення п'яти різних породжуючих рухів:

- для  $R_{gm} > 4 \exists R_{\omega i}, / i = \overline{1,5}; R_{\omega 1,2}^*, R_{\omega 3,4}^* :$

$$0 < R_{\omega 1} < R_{\omega 2} < 1 < R_{\omega 3} < R_{\omega 4} < R_{\omega 5} \ll R_{\omega 1,2}^* < R_{\omega 3,4}^*; \quad (89)$$

- для  $R_{gm} < 4 \exists R_{\omega 1}, R_{\omega 2}, R_{\omega 3,4}, R_{\omega 5}; R_{\omega 1,2}^*, R_{\omega 3,4}^* :$

$$0 < R_{\omega 1} < R_{\omega 2} < 1 < R_{\omega 3} < R_{\omega 4,5} \ll R_{\omega 1,2}^* < R_{\omega 3,4}^*. \quad (90)$$

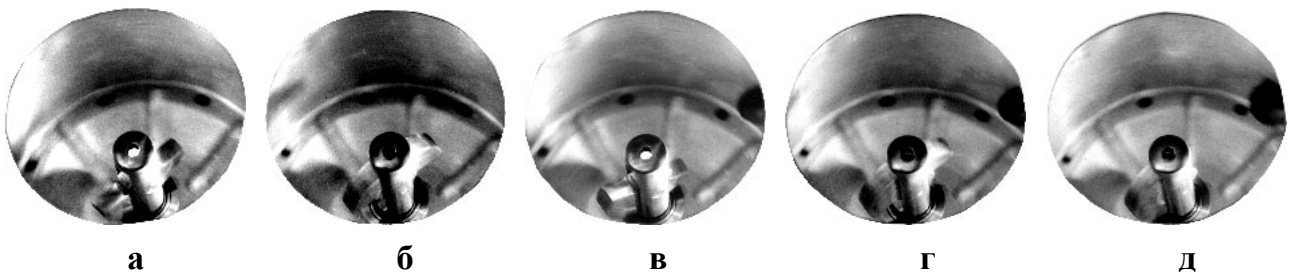
При переході швидкістю обертання ротора критичних швидкостей  $R_{\omega i}$  з'являються породжуючі рухи  $\Omega_i$ , такі, що  $0 < \Omega_1 < \Omega_2 < 1 < \Omega_3 < \Omega_4 < \Omega_5$ .

При переході швидкістю обертання ротора критичних швидкостей  $R_{\omega 1,2}^*, R_{\omega 3,4}^*$  попарно зникають через злиття породжуючих рухів  $\Omega_1$  і  $\Omega_2$ , та  $\Omega_3$  і  $\Omega_4$ . Встановлено, що

$$R_{\omega 1,2/3,4}^* \approx \frac{2R_{mH}}{H^2} - \frac{4R_{gm}R_{mH}}{H} + 1 \mp 3R_{mH} \sqrt{\frac{R_{gm}}{H}} + \frac{9R_{mH}}{32}, \quad (91)$$

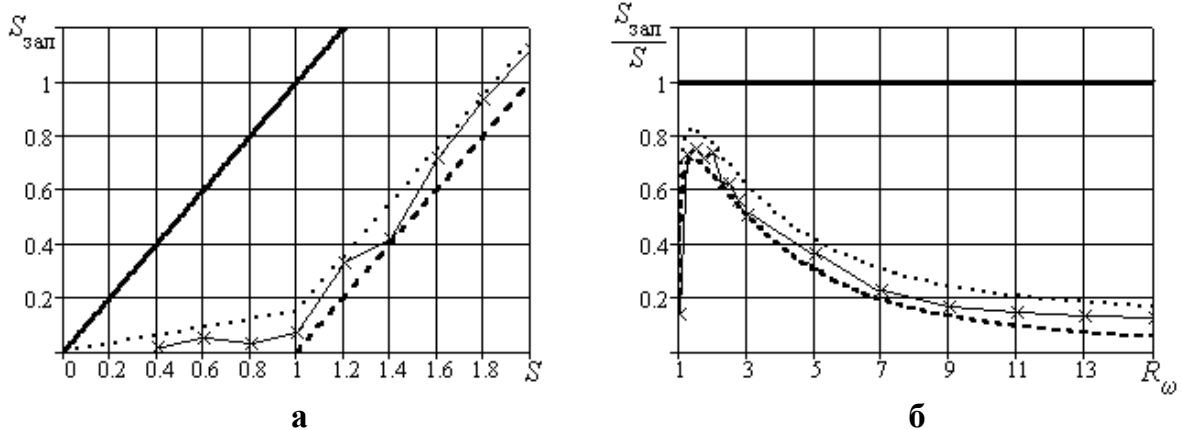
і на швидкостях, більших за  $R_{\omega 1,2}^*$  квазіперіодичні рухи нестійкі. Тому цю швидкість можна застосовувати при наближеному визначенні критичної швидкості, при перевищенні якої наступатиме автобалансування. Встановлено, що сили ваги зменшують область стійкості квазіперіодичних рухів, чим відіграють стабілізуючу роль.

На універсальному стенді досліджена динаміка дослідної моделі АБП у різних режимах руху ротора і при зрівноваженні різних дисбалансів. Підтверджено настання автобалансування на зарезонансних швидкостях обертання ротора (рис. 23). Встановлено, що сили ваги перешкоджають виникненню квазіперіодичних рухів і цим відіграють стабілізуючу роль. Підтверджено, що у основних рухів різні критичні швидкості, причому основний рух, у якому центр мас КВ вище точки підвісу (рис. 23, б, г), стійкий тільки на великих зарезонансних швидкостях, а рух, у якому центр мас КВ нижче точки підвісу (рис. 23, а, в, д), стійкий на всьому діапазоні зарезонансних швидкостей.



**Рис. 23. Фотографії зрівноваження некласичним АБП різних дисбалансів**

На великих швидкостях обертання ротора спостерігалось зменшення початкового дисбалансу в 5-6 разів – причому 5 відповідає в'язкому, а 6 - рідкому мастилу (рис. 24, а). На швидкостях обертання ротора, які у 1÷9 разів перевищують резонансну швидкість, спостерігається чутливість КВ до сил ваги (рис. 24, б). Подальше збільшення швидкості обертання ротора майже не впливає на положення КВ і не покращує якість зрівноваження ротора.



- - АБП не працює;
- - - - обмеження дисбалансу знизу – теоретична крива;
- ... - обмеження дисбалансу зверху – теоретичне значення з максимальним залишковим дисбалансом;
- x- - експериментальна крива

**Рис. 24. Ефективність зрівноваження ротора некласичним АБП**

У додатках описані результати впровадження результатів роботи у виробництво, на: ДП “ЗМБКБ “Прогрес” – для зрівноваження шпинделів внутрішньо-шліфувальних верстатів Wotan-Werke GmbH; ЗАТ “Ельгран” - для зрівноваження шпинделів верстатів шліфувальних колінчасто-важільних СМР-030; Кіровоградському заводі "Сегмент" – для зрівноваження заготовок, що обробляються на токарних верстатах з числовим програмним управлінням 16 А 20 Ф 3, та у навчальний процес. Наведені деякі результати досліджень, отримані спільно з В.С.Сотніковим та Ю.А.Невдахою.

## ВИСНОВКИ ПО ДИСЕРТАЦІЇ

Найбільш істотні наукові результати, які за наявними матеріалами уперше одержані у дисертації, наступні.

1. Встановлено, що пасивні АБП з твердими КВ, зокрема класичні, є матеріальними системами з можливістю руху КВ принаймні навколо однієї точки на повздовжній осі вала ротора. Запропоновані нові КВ, зокрема півциліндр, півкуля, з'єднані під прямим кутом два чи три маятника, тощо. Запропоновані нові методи зрівноважування та віброзахисту ними роторів, які відрізняються тим, як повертаються КВ відносно ротора: навколо поперечних осей; навколо повздовжньої і поперечної осей; навколо двох осей, що не є повздовжніми; здійснюють загальний випадок сферичного руху. Запропоновані відповідні АБП. Основна перевага нових методів є дія КВ на вал, ротор і т.п. рівно із такими силами, які потрібні для зрівноваження ротора.

2. Створено наближений метод визначення умов настання автобалансування, зокрема визначення критичних швидкостей системи ротор-АБП, при переході через які настає чи втрачається автобалансування. Він ґрунтується на двох фізично обґрунтованих критеріях. Критерій настання автобалансування: для усунення пасивним АБП з твердими КВ відхилення деякої точки

повздовжньої осі ротора від осі обертання, чи для зменшення цього відхилення іншим типом пасивного АБП необхідно і достатньо, щоб ця точка під дією дисбалансу, у ній прикладеного, у середньому за один оберт ротора, відхилялася протилежно вектору дисбалансу. Критерій стійкості основного руху: для стійкості основного руху системи ротор-АБП необхідно і достатньо, щоб точка на повздовжній осі ротора, яка знаходиться у площині корекції АБП, під дією елементарного дисбалансу, викликаного відхиленням КВ чи КМ від основного руху, відхилялася від основного руху у середньому за один оберт ротора, протилежно вектору елементарного дисбалансу. Метод застосовний при скінчених силах в'язкого опору в системі.

3. Із застосуванням розробленого методу уперше для основних моделей жорстких роторів (що рухаються плоскопаралельно, що мають нерухома точку, що здійснюють просторовий рух) встановлені діапазони кутових швидкостей обертання, на яких настає автобалансування при зрівноваженні ротора будь-яким пасивним АБП. Встановлена оптимальна кількість і оптимальне розташування АБП при зрівноваженні гнучкого ротора, який обертається із сталою кутовою швидкістю між суміжними критичними швидкостями. Критичні швидкості, які одержуються з використанням розробленого методу, співпадають з критичними швидкостями, одержаними іншими наближеними методами для класичних АБП, узагальнюють і доповнюють їх шляхом розповсюдження на всі інші типи пасивних АБП.

4. Розроблено новий методологічний підхід дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ, який, на відміну від існуючих, враховує такі явища:

- наявність усталених рухів системи ротор-АБП, у яких КВ не припиняють рух відносно ротора;
- істотний вплив на кількість і величини критичних швидкостей системи ротор-АБП самого АБП.

Теоретичний підхід застосовний для роторів на ізотропних опорах і ґрунтується на теорії стійкості стаціонарних рухів нелінійних автономних систем. Експериментальний підхід застосовний для будь-яких жорстких роторів і використовує стробоскопічне освітлення для спостереження за рухом КВ відносно ротора, і (уперше) лазерний промінь, спрямований по повздовжній осі ротора – для визначення закону руху ротора, оцінки швидкості і якості його зрівноваження пасивним АБП, попереднього балансування ротора, тощо.

5. Побудовані математичні моделі систем, у яких ротор на ізотропних опорах рухається плоскопаралельно і статично зрівноважується: багатокуюльовим (багатомаятниковим) АБП; АБП з повздовжньо-поперечним поворотом КВ. Аналізом моделей уперше аналітично виявлені і досліджені такі явища:

- квазіперіодичні рухи системи ротор – АБП, у яких КВ, обертаючись, відстають від ротора, а повздовжня вісь останнього рухається по гіпоциклоїді, яка є сумою прямої прецесії з частотою обертання КВ і

прямої нутації з частотою обертання ротора;  
 – залежність кількості і величини критичних швидкостей системи ротор-АБП від положення КВ відносно ротора, дисбалансу, сил опору.  
 Встановлено, що вони стають істотними при малих силах опору в системі.

6. Експериментально досліджена динаміка АБП з різними схемами зрівноваження і віброзахисту роторів, зокрема в різних умовах експлуатації ротора і при дії збурень різного походження. Підтверджені результати теоретичних досліджень. Уперше експериментально встановлено, що квазіперіодичні рухи існують тільки при дисбалансах, які АБП може зрівноважити. Виявлені квазіперіодичні рухи у ротора з нерухомою точкою і опорою - циліндричним шарніром при зрівноваженні кульовим АБП.

### **ЗАКЛЮЧЕННЯ**

В дисертації вирішена важлива науково-технічна проблема з галузі віброзахисту роторних машин. При цьому отримав значний розвиток напрямок пасивного автобалансування і віброзахисту роторів.

Результати роботи дозволяють для широкого класу роторів: обирати певний метод зрівноваження і віброзахисту і відповідний тип АБП; розраховувати основні параметри АБП; визначати діапазони кутових швидкостей, у яких буде відбуватися автобалансування.

Результати роботи розширюють область застосування пасивних АБП, спрощують розрахунки їх параметрів. Вони актуальні як для інженерної практики, так і для навчання – при підготовці фахівців з зазначеної галузі.

### **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ**

1. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами: Монографія (за спеціальністю 05.02.09 - динаміка та міцність машин). - Кіровоград: КНТУ, 2004. - 352 с.
2. Филимоныхин Г.Б. К устойчивости основного движения двухмаятникового автобалансира // Докл.НАН Украины, Сер.А.-1996. № 8. -С.74-78.
3. Філімоніхін Г.Б. Про можливість зрівноваження ротора зв'язаними маятниками, насадженими на осі, перпендикулярні валу ротора // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин”, -1999. Вип.№27, С.173-176.
4. Філімоніхін Г.Б. Эффективность зрівноваження ротора з нерухомою точкою двома зв'язаними маятниками, насадженими на вісь, перпендикулярну валу // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин”, -1999. Вип.№28, С.107-115.
5. Филимоныхин Г.Б. Плоская модель ротора, уравниваемого двумя парами связанных маятников, насаженных на оси, перпендикулярные валу // Збірник наукових праць КДТУ, 1999. Вип.№5, С.52-55.
6. Філімоніхін Г.Б. Про зрівноваження ротора маятниками, насадженими на осі, що перпендикулярні валу // Доп. НАН України. -2000. -№ 6. -С. 66-70.



7. Филимоныхин Г.Б. Уравновешивание ротора корректирующим грузом с неподвижной точкой на оси вала // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин”, -2000. Вип.№29, С.103-108.

8. Филимоныхин Г.Б. Условия уравновешивания ротора абсолютно твердым телом с неподвижной точкой на оси вала // Доп. НАН України. - 2001. -№ 1. -С. 65-69.

9. Филимоныхин Г.Б. Универсальный стенд для исследования динамики пассивных автобалансиров и его апробация шаровым автобалансиром // Збірник наукових праць КДТУ, 2001. Вип.№9, С.101-107.

10. Філімоніхін Г.Б. Модель ротора, що здійснює плоскопаралельний рух і зрівноважується корегуючим вантажем, який обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Машинознавство. - 2001. - №6. -С. 18-21.

11. Філімоніхін Г.Б. Пасивні автобалансири з твердими коригувальними вантажами // Вісник Технологічного університету Поділля, Хмельницький, 2002, №6 Ч.1 (47), С.173-178.

12. Філімоніхін Г.Б. Стабілізація маятниками положення осі обертання ізольованого абсолютно твердого тіла // Вісник, математика-механіка. Київський національний університет. Вип. №7-8, 2002. С.67-71.

13. Філімоніхін Г.Б. Стендове випробування автобалансира, в якому коригувальний вантаж обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Збірник наукових праць КДТУ, 2003. Вип.№12, С.52-55.

14. Філімоніхін Г.Б. Нестационарні побічні рухи двохкульового (двохмаятникового) автобалансира // Збірник наукових праць КДТУ, 2003. Вип. №13, С. 347-352.

15. Філімоніхін Г.Б. Нестационарні рухи ротора з автобалансиром, в якому коригувальний вантаж обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин”, 2003. Вип.№33, С.363-368.

16. Філімоніхін Г.Б. Усталені рухи багатокульових (багатомаятникових) автобалансирів // Загальнодержавний міжвідомчий н.-т. збірник “Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин”, 2004. Вип. №34, С. 21-26.

17. Бобир М.І., Філімоніхін Г.Б. Стійкість усталених рухів ротора, який швидко обертається і автобалансира, у якого коригувальний вантаж повертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Сбірник «Вестник НТУУ «КПІ», серія «Машиностроение», 2003. Вип. №44, С.29-31.

Здобувачем знайдені умови асимптотичної стійкості стаціонарних усталених рухів ротора з автобалансиром у випадку, коли ротор швидко обертається.

18. Бобир М.І., Філімоніхін Г.Б. Інженерні умови зрівноваження роторів у рамках різних плоских моделей // Збірник наукових праць КДТУ, -2004.

Вип. №15, С. 351-356.

Здобувачем знайдені критичні швидкості при зрівноваженні пасивними АБП роторів у рамках різних плоских моделей. При цьому враховані маса АБП, додаткового тіла, в яке встановлений ротор, сили в'язкого опору в опорах, тощо.

19. Горошко О.А., Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження ротора, що здійснює плоскопаралельний рух, абсолютно твердим тілом, яке обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Вісник Київського університету, Серія: фізико-математичні науки. Вип. №1, 2001. С.112-119.

Здобувачем знайдені умови зрівноваження ротора у випадку, коли маса АТТ набагато менша маси ротора.

20. Філімоніхін Г.Б., Сотніков В.С. Автобалансири-демпфери із сферичним рухом корегуючих мас // Збірник наукових праць КДТУ. -2000. Вип. 6, С. 73-75.

Здобувачем запропоновано надавати сферичний рух КВ, шляхом поміщення його у сферу, а її – у сферичну порожнину ротора.

21. Филимоныхин Г.Б., Сотников В.С. Установившиеся движения ротора, совершающего плоскопараллельные движения, и автобалансира-демпфера // Збірник наукових праць КДТУ. -2000. Вип. 7, С. 192-199.

Здобувачем запропонована методика дослідження кількості і умов існування усталених рухів системи ротор – АБП.

22. Філімоніхін Г.Б., Невдаха Ю.А., Сотніков В.С. Геометричні і масо-інерціальні характеристики корегуючих вантажів для неklasичних пасивних автобалансирів // Збірник наукових праць КДТУ. -2001. Вип. №10, С. 96-100.

Здобувачем запропоновані неklasичні КВ і розроблена форма таблиці геометричних і масо-інерційних характеристик, потрібних для визначення.

23. Філімоніхін Г.Б., Невдаха Ю.А. Дослідження стійкості усталених рухів ротора, що рухається плоскопаралельно і автобалансирів, у яких корегуючі вантажі обертаються навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Машинознавство. –2002. №1, С. 41-45.

Здобувачем запропонована методика дослідження стійкості основних і побічних рухів системи ротор – АБП.

24. Филимоныхин Г.Б., Невдаха Ю.А. Уравновешивание ротора, совершающего плоскопараллельное движение, двумя связанными абсолютно твердыми телами с неподвижными точками на оси вала ротора // Прикладная механика. – 2002. - **38**, №3. - С. 135 - 144.

Здобувачем запропонована послідовність і методи теоретичних досліджень.

25. Автобалансирующий пристрій: Пат. 36244 А Україна, МКІ G 01М 1/38 / Г.Б.Філімоніхін (Україна); Г.Б.Філімоніхін. - № 99116365; Заявл. 23.11.99; Опубл. 16.04.2001, Бюл. №3.

26. Автобалансирующий пристрій: Пат. 36294 А Україна, МКІ G 01М 1/38 / Г.Б.Філімоніхін (Україна); Г.Б.Філімоніхін. - № 99116468; Заявл. 30.11.99;

Опубл. 16.04.2001, Бюл. №3.

27. Спосіб балансування роторів: Пат. 52429 А Україна, МКІ G 01М 1/32 / Г.Б.Філімоніхін (Україна); Г.Б.Філімоніхін. - № 2002053949; Заявл. 14.05.2002; Опубл. 16.12.2002, Бюл. №12.

28. Автобалансир-демпфер: Пат. 52321 А Україна, МКІ G 01М 1/38 / Г.Б.Філімоніхін (Україна); Г.Б.Філімоніхін. - № 2002042788; Заявл. 08.04.2002; Опубл. 16.12.2002, Бюл. №12.

29. Автобалансирувальний пристрій ротора: Пат. 55446 Україна, МКІ G01M1/38 G01M1/32 / Г.Б.Філімоніхін (Україна); КДТУ. - № 99105378; Заявл. 01.10.1999; Опубл. 15.04.2003, Бюл. №4.

30. Автобалансируючий пристрій: Пат. 40768 А Україна, МКІ G 01М 1/38 / Сотніков В.С., Г.Б.Філімоніхін (Україна); КДТУ. - № 99105704; Заявл. 21.10.99; Опубл. 16.08.2001, Бюл. №7.

Здобувачем запропоновано надавати сферичний рух КВ, шляхом поміщення його у сферу, а її – у сферичну порожнину ротора.

31. Филимоныхин Г.Б. Динамика многошаровых (многомаятниковых) автобалансиров. Устойчивость основных движений / Кировоград. гос. техн. ун-т. - Кировоград, 2003. - 46 с.: ил. - Библиогр.: 17 назв. - Укр. -Деп. в ГНТБ Украины 20.10.03 №144-Ук2003.

32. Филимоныхин Г.Б. Динамика многошаровых (многомаятниковых) автобалансиров. Устойчивость побочных движений / Кировоград. гос. техн. ун-т. - Кировоград, 2003. - 23 с.: ил. - Библиогр.: 9 назв. - Укр. - Деп. в ГНТБ Украины 20.10.03, №153-Ук2003.

33. Филимоныхин Г.Б. Автобалансиры со связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярные валу // Материалы I-го Всеукраинского съезда по теории механизмов и машин, Харьков, 18-20.06.1997. –С.66.

34. Филимоныхин Г.Б. Устойчивость основного движения маятниковых автобалансиров // Тез. докл. 8-й Международной конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем", Киев, 19-22.05.1997., т.1. Моделирование систем, С.140

35. Филимоныхин Г.Б. О динамике уравновешивания ротора связанными маятниками, насаженными на оси, перпендикулярными валу // Тез. докл. 8-й Международной конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем", Киев, 19-22.05.1997., т.2. Механические системы, -С.135

36. Філімоніхін Г.Б. Дослідження динаміки пасивних автобалансирів з твердими коригувальними вантажами // Тез. доп. 6-го Міжнародного симпозіуму Українських інженерів-механіків у Львові, Львів, 21-23.05.2003., С. 27-28.

37. Філімоніхін Г.Б. Стендове випробування автобалансира, в якому коригувальний вантаж обертається навколо повздовжньої і поперечної осей ротора // Тези доповідей Першої Міжнародної н.-т. конференції "Машинобудування та металообробка – 2003" 17-19 квітня 2003 р., Кировоград, С. 237-238.

## АНОТАЦІЯ

Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів пасивними автобалансирами. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – Динаміка та міцність машин. – Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут", Київ, 2005.

Створена єдина теорія зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними автобалансирами (АБП). Вона містить: теорію твердих КВ (умови, при виконанні яких тверді КВ певної форми можуть зрівноважити ротор у певній площині корекції; приклади КВ, їх геометричні і масо-інерційні характеристики; кінематику руху КВ відносно ротора, відповідні схеми і методи зрівноваження і віброзахисту роторів; класифікацію АБП, тощо); наближений метод визначення умов настання автобалансування (критичних швидкостей, при переході через які втрачається чи настає автобалансування); одержані з допомогою методу умови зрівноваження пасивними АБП гнучких і жорстких роторів при різному закріпленні.

Розроблений єдиний методологічний підхід до поглибленого дослідження процесу зрівноваження і віброзахисту роторів пасивними АБП з твердими КВ, який містить два нових етапи: дослідження усталених рухів системи ротор-АБП, у яких КВ не припиняють рух відносно ротора; уточнення кількості і величини критичних швидкостей системи. Підхід застосований для теоретичного і експериментального дослідження динаміки класичних (багатокульових і багатомаятникових) і нового - некласичного АБП, розробленого у цій роботі. З його допомогою досліджені такі нові явища: квазіперіодичні рухи системи ротор – АБП; залежність кількості і величини критичних швидкостей від положення КВ відносно ротора, дисбалансу, сил опору, тощо.

Ключові слова: автобалансирам, зрівноваження, віброзахист, дисбаланс, коригувальний вантаж, ротор.

## SUMMARY

Filimonikhin G.B. Balancing and protection against of vibrations of the rotors by passive autobalancers. - Manuscript.

Thesis on competition of a scientific degree of the doctor of engineering science on a speciality 05.02.09 – Dynamics and strength of machines. - National Technical University of Ukraine “Kyiv Politechnic Institute”, Kyiv, 2005.

Is created the general theory of balancing and defense from vibrations of rotors by passive autobalancers (ABD). It contains: theory of rigid corrective masses (CM) (terms at implementation of which the rigid CM with definite form can balance a rotor in the definite plane of correction; examples of CM, their geometrical, mass and inertia descriptions; kinematics of motion of CM in relation to a rotor, the proper charts of balancing and defense from vibrations of rotors; classification of ABD); the close method of determination of terms of offensive of autobalancing (critical speeds, at transitions through which is lost or come

autobalancing); are found with the help of the method the conditions of balancing by passive ABD of flexible and rigid rotors at a different fixing.

Is developed sole methodological approach to research of process of balancing and defense from vibrations of rotors by passive ABD with rigid CM, which contains two new stages: research of the steady motions of the system rotor - ABD, in which CM move in relation to a rotor; clarification of quantity and size of critical speeds of the system. Approach is applied for theoretical and experimental research of dynamics of classic (multi-ball and multi-pendulum) and new - unclassic ABD, developed at this work. With it's help is opened such new phenomena: existence of quasi-periodic motions of the system rotor - ABD; dependence of quantity and size of critical speeds from position of CM in relation to a rotor, disbalance, forces of resistance, and others like that.

Key word: autobalancer, balancing, vibro-protection, disbalance, corrective mass, rotor.

### АННОТАЦИЯ

Филимонихин Г.Б. Уравновешивание и виброзащита роторов пассивными автобалансирами. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.09 – Динамика и прочность машин. – Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", Киев, 2005.

Создана единая теория уравновешивания и защиты от вибраций роторов пассивными автобалансирами (АБУ). Она содержит: теорию уравновешивания роторов твердыми корректирующими грузами (КГ); инженерный метод определения условий наступления автобалансировки; найденные с его применением условия уравновешивания пассивными АБУ разных роторов.

Теория уравновешивания роторов твердыми КГ содержит: условия, при выполнении которых твердые КГ определенной формы могут уравновесить ротор в определенной плоскости коррекции; примеры КГ, их геометрические и массо-инерционные характеристики; кинематику движения КГ относительно ротора, схемы и методы уравновешивания и защиты от вибраций роторов, соответствующие конструкции АБУ и общую классификацию АБУ.

Приближенный метод определения условий наступления автобалансировки основан на двух критериях: критерии наступления автобалансировки; критерии устойчивости основного движения системы ротор-АБУ. Первый – позволяет получать приближенные величины критических скоростей, применимые для любого типа АБУ, уравновешивающего дисбаланс ротора в определенной плоскости коррекции. Вторым критерием позволяет получить более точные значения критических скоростей с учетом конкретного типа АБУ. Из вторых скоростей можно получить первые, в предположении, что масса КГ намного меньше массы ротора.

С применением приближенного метода найдены условия уравновешивания пассивными АБУ жестких роторов: совершающих плоское движение;

имеющих неподвижную точку; совершающих пространственное движение. Сравнением известных и новых результатов установлено, что разработанный метод дает те же критические скорости, что и другие приближенные методы, однако при этом распространяет критические скорости и на другие типы АБУ, в том числе и классические, которые не были исследованы ранее. Установлено оптимальное количество и оптимальное расположение пассивных АБУ при уравнивании гибких роторов, вращающихся с постоянной скоростью между смежными критическими скоростями.

Разработан общий методологический подход к исследованию процесса уравнивания и виброзащиты роторов пассивными АБУ с твердыми КГ, который содержит два новых этапа: исследование установившихся движений системы ротор-АБУ, в которых КГ движутся относительно ротора; уточнение количества и величины критических скоростей системы, которые в наименьшем приближении могут совпадать. Теоретический подход применим для роторов на изотропных опорах и основывается на теории устойчивости стационарных движений нелинейных автономных систем. Экспериментальный подход применим для произвольных жестких роторов, и использует стробоскопический свет для наблюдения за движением КГ относительно ротора, и лазерный луч, направленный вдоль продольной оси ротора – для определения закона движения ротора, оценки скорости и качества его уравнивания пассивным АБУ и т.д.

Построены математические модели систем, в которых ротор на изотропных опорах движется плоскопараллельно и статически уравнивается: многошаровым (многомаятниковым) АБУ; неклассическим АБУ. С применением разработанного подхода исследованы число, условия существования, и устойчивость различных установившихся движений этих систем, найдены их критические скорости вращения, исследована эффективность уравнивания ротора неклассическими АБУ, и т.д. При этом для классических и неклассических АБУ впервые аналитически выявлено: существование квазипериодических движений системы ротор-АБУ; зависимость количества и величины критических скоростей системы ротор-АБУ от положения КГ относительно ротора, дисбаланса, сил сопротивления. Соответственным образом уточнены условия наступления автобалансировки.

Динамика этих АБУ исследована и экспериментально. Подтверждены результаты теоретических исследований, в том числе: возможность уравнивания и виброзащиты ротора по новой – неклассической схеме; существование квазипериодических движений системы ротор-АБУ; подтверждено, что шаровой АБУ уравнивает ротор с неподвижной точкой и опорой - цилиндрическим шарниром на скоростях, которые превышают единственную критическую скорость. Установлена аналогия и сходство в работе классических и неклассических АБУ.

Ключевые слова: автобалансир, уравнивание, виброзащита, дисбаланс, корректирующий груз, ротор.

Підп. до друку 21.03.05. Формат 60x84/16. Папір офс. Надруковано на різнографі.  
Ум. друк. арк. 1,98. Ум. фарбо-відб. арк. 1,86. Обл.-вид. арк. 1,92. Тираж 100 прим.  
Зам. № 73/2005.

---

ПЦ "КОД"  
25009, м. Кіровоград, вул. 50 років Жовтня, 7а, тел. (0522) 233-233

