

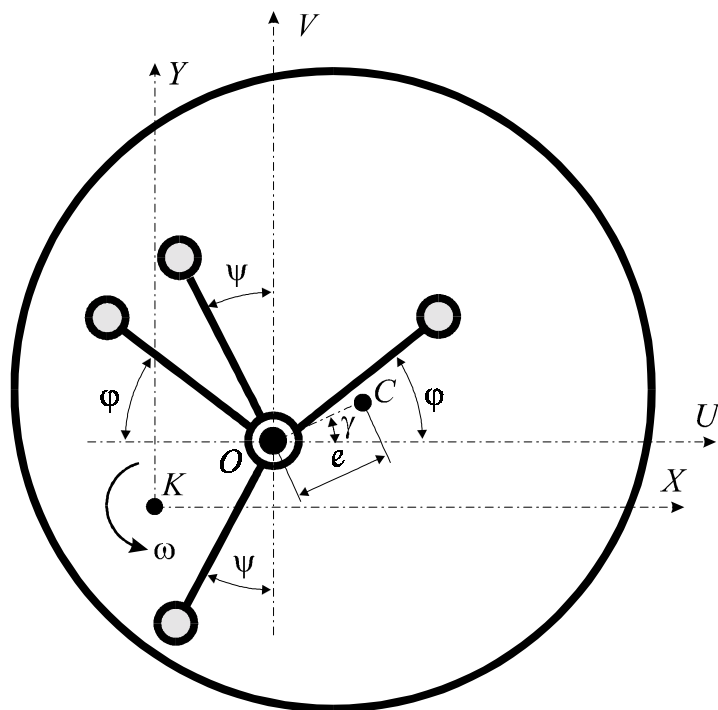
ДО СІЙКОСТІ АВТОБАЛАНСУЮЧОГО ПРИСТРОЮ ІЗ ЗВ'ЯЗКАМИ, НАКЛАДЕНИМИ НА РУХ КОРИГУЮЧИХ ВАНТАЖІВ*

(Представлено академіком Ю.О.Митропольський)

Для балансування роторів на закритичній частоті обертання застосовуються маятникові автобалансируючі пристрої, які складаються з декількох маятників, вільно насаджених на вал ротора [1, 2]. При обертанні ротора з постійною кутовою швидкістю вище критичної, маятники в таких пристроях з часом займають те положення, в якому зрівноважують ротор, після чого при незмінному дисбалансі обертаються разом з ротором як жорстке ціле. Однак при зміні швидкості обертання ротора вони це положення покидають, оскільки починають відставати або випереджати ротор. Останнє приводить до розбалансування системи і є істотним недоліком описаних вище пристроїв.

Для того, щоб маятники відслідковували зміну частоти обертання ротора, вперше запропоновано на їх рух накладати механічні зв'язки, які дозволяють маятникам попарно повертатись відносно ротора на рівні кути в протилежні боки.

Нижче в рамках плоскої моделі вивчається динаміка чотиримаятникового автобалансируючого пристрою із зв'язками (рисунок). В рамках прийнятої моделі



ротор – симетричний плоский диск маси M , насаджений з ексцентриситетом на абсолютно жорсткий вал, перпендикулярний його площині. Маятники – невагомні стержні довжини l , які несуть на своєму кінці зосереджені маси m . Вони можуть бути вистроєні вздовж двох взаємоперпендикулярних прямих U, V , жорстко зв'язаних з ротором. Під час руху маятники, які можуть бути виставлені вздовж осі $U(V)$, повертаються відносно ротора в протилежні боки на рівні кути ϕ (ψ). При повороті маятника навколо вала на нього діє момент сили в'язкого опору $H_1\dot{\phi}$ або $H_1\dot{\psi}$.

Коли ротор нерухомий, вал суміщається з віссю обертання.

В процесі руху вал (на рисунку точка O) відхиляється від осі обертання точки K і на нього починають діяти поновлююча сила – $c\gamma$ і сила в'язкого опору

середовища – $H_2 \mathbf{v}$ (тут $\mathbf{r} = \mathbf{KU}$, $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$). Положення валу визначається координатами x, y відносно рухомих осей X, Y , які виходять з точки K і паралельні осям U, V . Припускається, що ротор обертається навколо осі обертання з постійною кутовою швидкістю ω .

Нижче записані рівняння динаміки системи у безрозмірному вигляді.

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi - R_m [\ddot{\psi} - \cos \psi + 2R_\omega \dot{\phi} \cos \phi - \dot{\psi}^2 \sin \psi - R_\omega^2 (\sin \psi - \\ - \sin \psi_0)] + H(\dot{\xi} - R_\omega \eta) + \xi = 0, \\ \ddot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta + R_m [\ddot{\phi} \cos \phi - 2R_\omega \dot{\psi} \cos \psi - \dot{\phi}^2 \sin \phi - R_\omega^2 (\sin \phi - \\ - \sin \phi_0) + H(\dot{\eta} + R_\omega \xi) + \eta = 0, \\ \ddot{\phi} + h\dot{\phi} + (\ddot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta) \cos \phi = 0, \\ \ddot{\psi} + h\dot{\psi} - (\ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi) \cos \psi = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут

$$R_\omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad R_m = \frac{2m}{M_\Sigma}, \quad H = \frac{H_2}{\omega_0 M_\Sigma}, \quad h = \frac{H_1}{ml^2 \omega_0}, \quad (2)$$

де

$$M_\Sigma = 4m + M, \quad \omega_0^2 = c/M_\Sigma, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad (3)$$

$$\phi_0 = \arcsin\left(\frac{Me \sin \gamma}{2ml}\right), \quad \psi_0 = \arcsin\left(\frac{Me \cos \gamma}{2ml}\right). \quad (4)$$

В (2) визначені безрозмірні параметри, в (3) – безрозмірні змінні, в (4) – кути, що визначають положення маятників при зрівноваженні ними ротора.

З математичної точки зору для функціонування пристрою необхідно, щоб рух

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad \phi = \phi_0, \quad \psi = \psi_0 \quad (5)$$

був асимптотично стійкий внаслідок системи диференціальних рівнянь (1).

Для аналізу стійкості руху досліджувалися рівняння першого наближення

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi - R_m (\ddot{\beta} \cos \psi_0 + 2R_\omega \dot{\alpha} \cos \phi_0 - \beta R_\omega^2 \cos \psi_0) + \\ + H(\dot{\xi} - R_\omega \eta) + \xi = 0, \\ \ddot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta + R_m (\ddot{\alpha} \cos \phi_0 - 2R_\omega \dot{\beta} \cos \psi_0 - \alpha R_\omega^2 \cos \phi_0) + \\ + H(\dot{\eta} + R_\omega \xi) + \eta = 0, \\ \ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + (\ddot{\eta} + 2R_\omega \dot{\xi} - R_\omega^2 \eta) \cos \phi_0 = 0, \\ \ddot{\beta} + h\dot{\beta} - (\ddot{\xi} - 2R_\omega \dot{\eta} - R_\omega^2 \xi) \cos \psi_0 = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут $\alpha = \phi(t) - \phi_0, \beta = \psi(t) - \psi_0$ - збурення.

Рівнянням першого наближення відповідає таке характеристичне рівняння:

$$(a_{11}a_{33} - \varepsilon a_{31}^2)(\bar{a}_{11}a_{33} - \varepsilon \bar{a}_{31}^2) - \varepsilon^2 \delta^2 a_{31}^2 \bar{a}_{31}^2 = 0, \quad (7)$$

де

$$a_{11} = (\lambda + iR_\omega)^2 + H(\lambda + iR_\omega) + 1, \quad a_{31} = (\lambda + iR_\omega)^2, \quad a_{33} = \lambda^2 + h\lambda,$$

$$\varepsilon = R_m \frac{\cos^2 \varphi_0 + \cos^2 \psi_0}{2}, \quad \delta = \frac{\cos^2 \varphi_0 - \cos^2 \psi_0}{\cos^2 \varphi_0 + \cos^2 \psi_0}.$$

Корені характеристичного рівняння (7) за допомогою методу збурень [3,4] досліджувались у таких граничних випадках: коли маса маятників набагато менша маси ротора; при великому терті між маятниками і валом ротора; при обертанні ротора з частотою, набагато вищою за критичну; при великому зовнішньому терті.

У випадку, коли маса маятників набагато менша маси ротора,

$$R_m < 1 \quad (8)$$

і корені рівняння (7) можуть бути зображені у вигляді

$$\lambda_{1/2} = -\frac{H}{2} + i\sqrt{1 - \left(\frac{H}{2}\right)^2} - iR_\omega + o(\varepsilon), \quad \lambda_{3/4} = \bar{\lambda}_{1/2}, \quad \lambda_{5,6} = -h + o(\varepsilon^2),$$

$$\lambda_{7/8} = -\frac{\varepsilon R_\omega^4 \left[R_\omega^2 - 1 \mp \sqrt{\delta^2 (R_\omega^2 - 1)^2 - (1 - \delta^2) H^2 R_\omega^2} \right]}{h \left[(R_\omega^2 - 1)^2 + H^2 R_\omega^2 \right]} + o(\varepsilon^2), \quad (9)$$

необхідна умова стійкості руху

$$|R_\omega| > 1. \quad (10)$$

У випадку великого тертя між маятниками і валом ротора

$$h \gg 1 \quad (11)$$

і корені характеристичного рівняння можуть бути подані у вигляді

$$\lambda_{1/2} = -\frac{H}{2} \pm i\sqrt{1 - \left(\frac{H}{2}\right)^2} - iR_\omega + o\left(\frac{1}{h}\right), \quad \lambda_{3/4} = \bar{\lambda}_{1/2},$$

$$\lambda_{5/6} = -\frac{h}{1 - \varepsilon(1 \pm \delta)} + o(1),$$

$$\lambda_{7/8} = -\frac{\varepsilon R_\omega^4 \left[R_\omega^2 - 1 \mp \sqrt{\delta^2 (R_\omega^2 - 1)^2 - (1 - \delta^2) H^2 R_\omega^2} \right]}{h \left[(R_\omega^2 - 1)^2 + H^2 R_\omega^2 \right]} + o\left(\frac{1}{h^2}\right). \quad (12)$$

необхідна умова стійкості руху

$$|R_\omega| > 1. \quad (13)$$

При обертанні ротора з частотою, набагато вищою за критичну,

$$|R_\omega| \gg 1 \quad (14)$$

і корені рівняння (7) можуть бути зображені у вигляді

$$\lambda_{1/2} = -\frac{H}{2} \pm i\sqrt{1 - \left(\frac{H}{2}\right)^2} - iR_\omega + o\left(\frac{1}{R_\omega}\right), \quad \lambda_{3/4} = \bar{\lambda}_{1/2},$$

$$\lambda_{5,6/7,8} = -\frac{h}{2} - (\mu_0^{5,6/7,8})^2 \frac{h+H}{2} \frac{3\varepsilon + (\mu_0^{5,6/7,8})^2 (1-\varepsilon)}{\varepsilon + (\mu_0^{5,6/7,8})^2 (1-3\varepsilon)} + \mu_0^{5,6/7,8} R_\omega + 0\left(\frac{1}{R_\omega}\right). \quad (15)$$

Тут $(\mu_0^{5,6/7,8})^2 = \frac{-\varepsilon(1+\alpha\varepsilon) \mp \sqrt{1-(1-4\varepsilon)\alpha}}{1-2\varepsilon+\alpha\varepsilon^2}$, $\alpha = 1-\delta^2$. Необхідна умова стійкості руху

$$h > \sqrt{\varepsilon} H. \quad (16)$$

У випадку великого зовнішнього тертя

$$H \gg 1 \quad (17)$$

і корені рівняння (7) можуть бути подані у вигляді

$$\begin{aligned} \lambda_{1/3} &= -\frac{1}{H} \pm iR_\omega + 0\left(\frac{1}{H^2}\right), \quad \lambda_{2/4} = -\frac{1}{1-\varepsilon(1\pm\delta)} \pm iR_\omega + 0\left(\frac{1}{H}\right), \\ \lambda_{5/6} &= -h + 0(H^{-1/2}), \\ \lambda_{7/8} &= -\frac{\varepsilon R_\omega^2}{h^3 H^2} \left[(R_3^2 - 1)h^2 - R_\omega^4 (1-\delta^2)\varepsilon \right] \pm \frac{i\varepsilon R_\omega^3}{Hh} \sqrt{1-\delta^2} \times \\ &\quad \times \left[1 - \frac{3\varepsilon R_\omega^2}{h} \right] + 0(H^{-3}) \end{aligned} \quad (18)$$

Необхідна умова стійкості руху

$$(R_\omega^2 - 1)h^2 - R_\omega^4 (1-\delta^2)\varepsilon > 0. \quad (19)$$

SUMMARY. Dynamic stability of rotor balanced by four-pendulum autobalancing device is studied within the plane model. The necessary condition of the motion stability are found for the cases when pendulum mass is much lower than the rotor mass, at larger friction between pendulums and the rotor shaft, under the dotation of rotor with the speed much higher than the critical one, under larger external damping.

1. Диментберг Ф.М., Шаталов К.Т., Гусаров А.А. Колебания машин. – М.:Машиностроение, 1964. – 91 с.
2. Автоматическая балансировка роторов машин / А.А.Гусаров, В.И.Сусанин, Л.Н. Шаталов, Б.М. Грушин. – М.:Наука, 1979. – 151 с.
3. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М.:Мир, 1984. – 535 с.
4. Ланкастер П. Теория матриц. – М.:Наука, 1978. – 280 с.

Кіровоград. ін-т с.-г. машинобудування

Надійшло 23.05.90

* **Філімоніхін Г.Б. До стійкості автобалансуючого пристрою із зв'язками, накладеними на рух коригуючих вантажів // Доп. АН УРСР. Сер. А. -1990. -№ 12. -С. 26-29.**